رياضي اساسات

ونکی او ترتیب کوونکی: فضل الرحمن"معروف"



رياضي اساسات

راټولونکی او ترتیب کوونکی: فضل الرحمن"معروف"

$\sqrt[3]{27} = 3$ $2.3\times1\underbrace{000000000000}_{12} = 2.3\times10^{12}$

$|-2| = 2$ $e = 2.7182$ $2^5 = 32$

$L = \frac{a\times b}{G}$ $2^8 = 256$

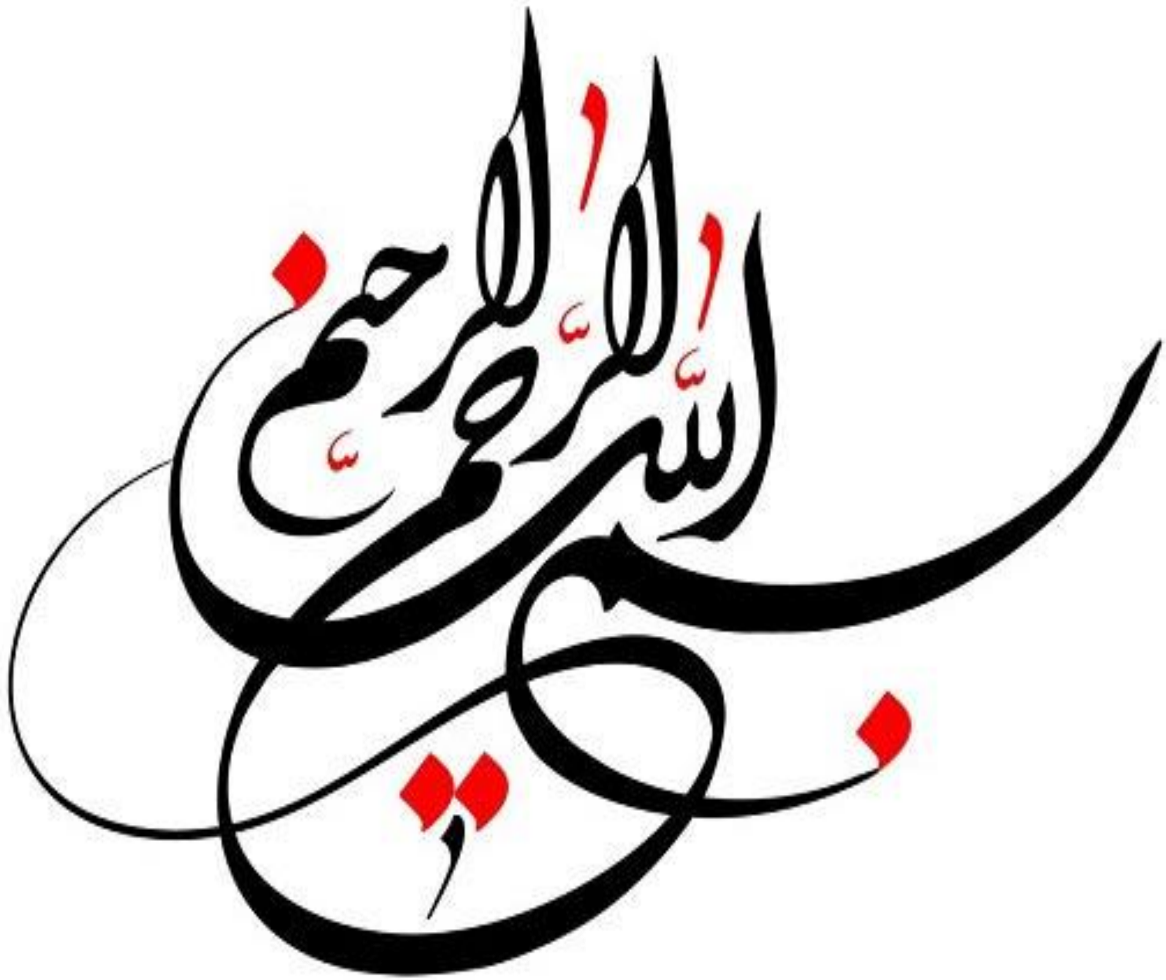
$3.56 = \frac{356}{100}$ $0.3333... = 0.3 = \frac{1}{3}$

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

$\left(\left(\left(\left(a^m\right)^n\right)^o\right)^p\right)^q = a^{m\times n\times o\times p\times q}$

$A = \{a, b, c, \alpha, \beta, \delta\}$ $m = \sqrt{a\times b}$

$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + ... + \frac{1}{n} = \frac{1}{x}$ $P = A(1+r)^n$



سـريزه

دلوي او بخښونکي څښتن تعالی په سپیڅلی نامه

د لوي او مهربانـه خـدای څخـه مننـدویـه یم.چـې دا توفیـق یـې ماتـه راوبخښـه ترڅـو د خپلـو وطنوالـو د چـوپړ پـه لاره کې یو کـوچنی گـام پورتـه کـړم او ددې هیـواد دگرانـو ځوانـانو د پـوهې د کچـې د لوړولـو او مضـبوطه ولـو پـه موخه د کتابونو یوه لړۍ د ریاضي د مضمون د ریاضي اساسات تر سرلیک لاندې ترتیب کړم.

د ریـاضي اساسـات د ټولـو زده کوونکـو او هغـه کسـانو لپـاره چـې غـواړي ریـاضي لـه صـفره پیـل او پـه ښـه ډول زده کـړې خـورا ورتـه اړیـن دي.ددې کتـاب یـوه خاصـه ځانگړتیـا داده:چـې هـره موضـوع د ریاضـیکي حـل او لارښوونې تر څنـگ پـه لیکـل شـوي ښـه هـم پکـې تشریـح شـویده.او بـل کوښـښ شـویده چـې د اساسـاتو مطـابق هره موضوع پکې را اخیستل شوې او څیړل شویده.

ددې کتاب په لیکلو کې هڅـه پـردې شـویده ترڅـو د هغـو کسـانو لپـاره چـې لـوړو ټولگیـو تـه رسـیدلې دي، مگـر ریاضـیات یـې د پیـل څخـه نـه وی زده کـړي. نـو ریـاضي بیـا د ځنځیـر مثـال لـري چـې د یـوې یـوې کـړۍ څخـه جوړه او ځنځیر شویده.یعنی ابتدائیـه ریاضـیات بـه ښـه قـوي کـوئ پـه دې کتـاب کـې هـر څـوک کـولای شي،چـې دخپل ځان په کوښښ سره ځان ته زده کړه هم حاصله کړي.

درنـو لوسـتونکو او زده کوونکـو مـوږ هڅـه کړیـده.چې د غلطـی مخـه ونیسـو خـو انسـانان طبیعتـاً لـه غلطیـو او تیروتنو څخه مبری نه دي، نو له تاسـو ټولـو عزیزانـو څخـه پـه ډیـر درنښـت هیلـه کـوم چـې دا یـو انسـانې کوښـښ دي خطاگانۍ به لري تاسـو مـو هغـه غلطـې تـه متـوجې او هغـه راتـه پـه گوتـه کړي.انشـاءالله د خـدای پـه مرسـته او ستاسـو پـه دعاگـانو زه دا ډاډ او اطمینـان درکـوم چـې پـه نژنـدې راتلـونکې کـې بـه د بـل داسي علمـی خـدمت سره مخـــامخ شي.چـــې هغـــه بـــه یـــو ددې ریاضـــیاتو پـــه دوام د الجـــبر برخـــه وي او بـــل د مختلفـــو عالمانو،پوهانو،مشرانو،طبیبانو،فیلسـوفانو او ادیبـانو وینـاوې وي چـې ډیـر ژر بـه ستاسـو خـدمت کـې حـاضر شي انشاءالله.

په درنښت

فضل الرحمن ''معروف''

عنوان صفحه

لومړی فصل

عـــــددونه 1
رياضي $(Methematics)$ 1
حساب 1
ارقام 1
عددونه 1
د عددونو طبقه بندي 2
حقيقي عددونه (Real Numbers) 3
نسبتی يا ناطق عددونه $(Rationals\ Numbers)$ 3
تام عددونه $(Integer\ Numbers)$ 3
کسري عددونه 3
اعشار عددونه 4
عام کسري عددونه 4
کامل يا مکمل عددونه $(Whole\ Numbers)$ 4
موهومي عددونه 4
طبيعي عددونه $(Nutural\ Numbers)$ 5
د عددونو محور يا د عددونو کرښه 5
مطلقه قيمت 5
د مطلقه قيمت خاصيتونه 6
دحساب څلورګونې عمليې 6
جمع 6
د جمع د عمليې خواص 7
منفي يا تفريق 8

رياضي اساسات

ضرب 9
دضرب خاصيتونه 10
فکتوريل 12
تقسيم(ويش) 12
خاصيتونه 12
اوليه عددونه $(Prime\ Numbers)$ 13
مرکب عددونه $(Composete\ Numbers)$ 14
د طبيعي عددونو تجزيه $(Factorin\ Of\ Natural\ Numbers)$ 14
د عددونو د تقسيم قابليت $(Divisibility\ Of\ Numbers)$ 14
د ويش قابليت 14
تجــزيه 19
A. سطري طريقه 20
B. دياګرام طريقه 20
C. عمومي طريقه 21
قاسم 21
مشترک قاسم 22
تر ټولو لوي مشترک قاسم (GCD) 22
دتجزيې په مرسته د لوي مشترک قاسم (GCD) يا (HCF) پيداکول 23
مضرب 23
مشترک مضرب 24
تر ټولو کوچنی مشترک مضرب (LCM) 24
د تجزيې په مرسته د کوچني مشترک مضرب پيداکول 25
د دوو عددونو د کوچني مشترک مضرب او د لوی مشترک قاسم تر منځ اړيکه 25

دوهم فصل

طاقت $(\mathbf{Power})$ 27
تاريخچه 27
د طاقت قوانين 28
جــذر 32
د جذر د مشخصو پيژندنه 33
د مربع جذر پيداکول د تجزيې په مرسته 34
د مــربــع جــذر پيدا کول په عمومي طريقه 35
د استعمال او زده کړې طريقه 35
د مکعب جذر پيداکول د تجزيې په مرسته 36
د جــذر قوانــين 37
د جذرونو د مخرج ناطق (گويا) کول 43
جذرالجذر 45
دعدد ليکلو علمي طريقه 51
په مختلفو قاعدو باندې د عددونو سيستمونه 52
د (10) د قاعدې تبديلول د (5) قاعدې ته 53
د 2 د قاعدې څخه د 10 قاعدې ته د يو عدد تبديلول 53
د (5) د قاعدې څخه د (10) قاعدې ته د يو عدد تبديلول 54

دريم فصل

کسـرونه 55
عام کسر 55
واقعی کسر 55
غيرواقعی کسر 55
د غــير واقــعی کــسر تــبديلول په واقــعی کسر باندی(تصحيح) 56
د صحيح عدد لرونکې کسر تبـديـلول په غـيرواقـعی کـسر باندی(غيرواجب عمليه) 56

د کـــسر اخـــتصارول يا ســـــاده کول 57
مـعادل کـــسرونه 58
معادل کـــــسرونه منځته راوړل 59
د معادل کسرونو مقايسه يا پرتله کول 59
د عام کسر څلور ګونې عمليې 61
جـمع او تفريق 61
د عام کسر ضرب 63
د عام کسر تقسيم 64
د حسابی يا کسری مختلفو آفادو ساده کولو طريقه.. 66
کســرالکسر 68
اعشار کسر... 69
د اعشار کسر څلورګونې عمليې 70
جمع او تفريق 70
د اعشار کسر ضرب 70
د اعشار کسر تقسيم 71
د کسرونو يو په بل تبادله... 72
A. د عام کسر تبديلول په عشار کسر باندې 72
B. د اعشارکسر تبديلول په عام کسر باندې 73
د اعشارمتوالی کسر تبديلول په عام کسر باندې.. 74

خلورم فصل

ستونه $(Sets)$ 76
د سيټ خواص 76
د يوه سټ د ليکلو طريقي.. 77
د سيټ ډولونه 78
تش(خالی) سيټ $(Empty\ Set)$ 78

مساوي سيټونه $(Equal\ Sets)$ 78
معادل سيټونه $(Equivalent\ Sets)$ 78
تقاطع سيټ $(Inter\ Section\ Of\ Sets)$ 79
دسيټونو اتحاد(يووالي) $(Union\ Of\ Sets)$ 79
د دوو سيټونو تفاضل $(Difference\ Of\ Sets)$ 80
معين سيټ 80
غيرمعين سيټ 81
کُلی سيټ يا عمومي سيټ $(Universel\ Set)$ 81
فرعي سيټ 81
مکمله سيټ $(Complement\ Of\ Set)$ 82

پنځم فصل

مالي محاسبې 84
نسبت $(Ratio)$ 84
د نسبت ډولونه 84
1. حســـابي نســبت 84
2. هنـــدسي نســبت 84
3. حسابي اوسط 85
د نسبت اړوند ځيني مثالونه 86
جز او کُل 87
تناسب $(Proportion)$ 88
د تناسب خواص $(\text{Properties Of Proportion})$ 88
هندسي اوسط 91
د تناسب ډولونه 91

I. مستقیم تناسب 91
II. معکوس یا غیرمستقیم تناسب (Indirect Proportion) .92
III. مرکب مستقیم تناســب (Compound Proportion) ...93
د کار مســائل 95
احدیت یا واحد (Untriey) 96
فیصد یا سلنه (Percentage) 97
تخفیف (Discount) 100
ربح (Intrest) 101
1. ساده ربح (Simple Intrest) 101
2. مرکب ربح (Compound Intrest) 103
لنډې پوښتنې 105
اوږدې پوښتنې 108
مآخــذ 111
د راټولوونکی او ترتیب کوونکی لنډه پېژندنه 112

لومړی فصل

عــــددونه

رياضي $(Methematics)$

د يوناني ژبې د $(Mathema)$ څخه اخيستل شويده چې د پوهې، زده کړې او مطالعې په معنی ده.

رياضي پوهانو د رياضي د تعريف لپاره بېلا بېل تعريفونه وړاندې کړي دی.

- ارسطو $(Aristo)$: رياضي د کميتونو پوهه ده.
- ګاوس: رياضي د ساينس ملکه ده.
- ګاليله: رياضي د طبيعت ژبه ده.
- رياضي د عددونو او کميتونو ژبه ده.
- رياضي هغه علم دي چې دځلورګونو عمليو څخه بحث کوی.
- رياضي هغه علم دی چې د هغه پر شاوخوا باندی ټول علوم راګرځی.

حساب: د رياضياتو د عمده او اساسي برخو څخه شميرل کېږی.حساب هغه علم دی چې د عددونو داندازه کولو لپاره په کار وړل کېږي او نتيجه يې د اول څخه تر آخر پوري د عددونو په ذريعه ښودل کېږي.

ارقام:درقم جمع ده چې عبارت له هغه سمبولونو څخه دی چې د عددونو موقعيت په ښودل کېږي.

$$(0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)$$

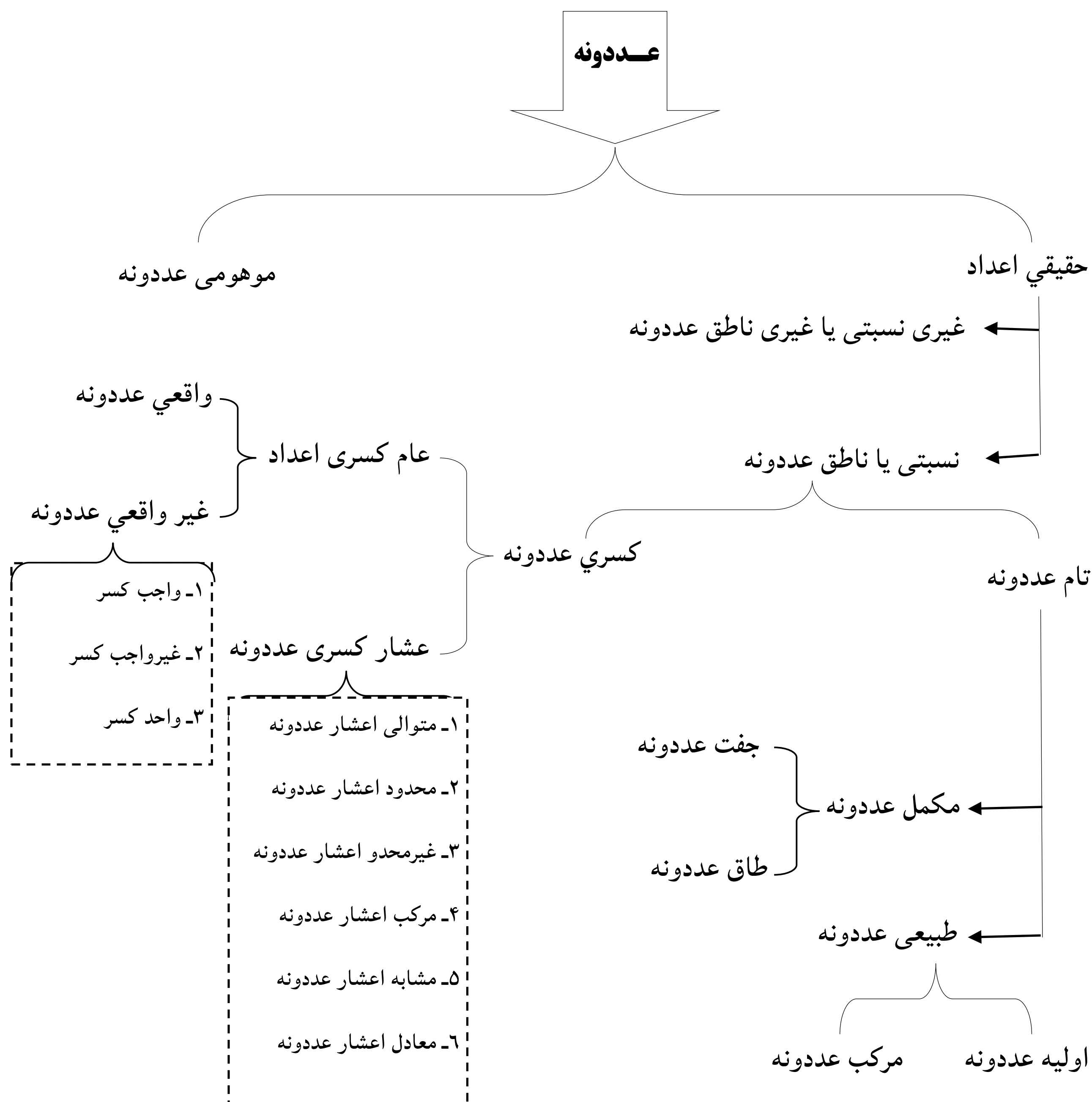
عددونه :عدد هغه لنډه نښه يا سمبول دی چې د شيانو د شمېرولو لپاره استعمالېږي.

$$(12234,56456,879076756)$$

د عددونو لپاره هم رياضي پوهانو مختلف تعريفونه کړي دی.

- جرمنی رياضي پوه ګاوس وايي: لکه رياضي چې د ساينس ملکه ده، نو عددونه بيا د رياضي ملکه ده.
- يوناني رياضي پوه فيثاغورث $(Pythagorean)$ وايې: عددونه په هر شي کې شتون لري.
- هر څومره چې د عددونو سره اشنا کېږو په هغه اندازه د رياضي سره اشنا کېږو.
- هر هغه شي چې د يوه کميت د اندازه ګېری نتېجه راوښيئ عبارت د عدد څخه دی.
- هر هغه شي چې د يو سيټ د عناصرو شمېر راښيئ عبارت د عدد څخه دي.

د عددونو طبقه بندي



حقيقي عددونه (Real Numbers)

د ناطق او غيرناطق اعدادو مجموعی ته حقيقي اعداد ويل کېږي.چې په رياضي کې په IR سره ښودل کېږي.

$$IR=\left\{3\ ,\ \frac{4}{6}\ ,\ \sqrt{45}\ ,\ 0.78\ ,\ 2\frac{56}{68}\ ,\ 57^{5},.....\right\}$$

نسبتی يا ناطق عددونه $(Rationals\ Numbers)$

ټول هغه عددونه چې د کسر يعنی $\frac{a}{b}$ په شکل وليکل شي په هغه صورت کې چې a او b تام عددونه وي، او په Q سره ښودل کېږي.

$$Q=\left\{\frac{a}{b}/(a,b)\in I\wedge b\neq 0\right\}$$

$$Ex\left\{33,11,-22,-\frac{1}{7},\frac{1}{2},\frac{3}{4},...\right\}$$

غيرنسبتی يا غيرناطق عددونه $(Irrational\ Numbers)$

هغه اعدادو ته ويل کېږي چې دکسر په ډول نشې ليکل کيدای.او په Q' سره ښودل کېږي.

$$Q'=\left\{x/x\neq\frac{a}{b},b\neq 0\wedge(a,b)\in I\right\}$$

$$Ex=\left\{e=2.7182,\pi=3.14,\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},...\right\}$$

تام عددونه $(Integer\ Numbers)$

عبارت له هغه عددونو څخه دي چې ټول پوره منفی او مثبت عددونه د صفر په شمول پکښې شامل وي.او په Z سره ښودل کيږی.

$$Z=\{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$$

کسري عددونه

ټول هغه عددونه چې پوره يا تام نه وي کسري عددونه بلل کېږي.

$$Ex\left\{\frac{6}{7}\ ,\ \frac{3}{1}\ ,\ 2\frac{4}{2}\ ,\ ...\right\}$$

اعشار عددونه

هغه کسر ته ویل کېږي چې په مخرجونه یې لس یا دلسو طاقتونه وي.

$$Ex\left\{\frac{3}{10},\frac{25}{100},\frac{456}{1000},\frac{2^n}{10^n},...\right\}$$

عام کسري عددونه

که یو واحد په څو مساوي برخو وویشو او د هغه څخه یوه یا څو برخې را واخلو او د یو نسبت په شکل یې وښیو عام کسر بلل کېږي.

$$Ex\left\{\frac{4}{6},\frac{2}{3},\frac{2}{4},\frac{7}{8},\frac{3}{5},\frac{1}{7},...\right\}$$

کامل یا مکمل عددونه $(Whole\ Numbers)$

هغه اعدادو ته ویل کېږي چې دصفر څخه شروع او بیا تر مثبت لایتناهی پوری وغځیږی.او په W سره ښودل کېږي.

$$W=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,...\}$$

موهومي عددونه

موهومي عددونه $\sqrt{-1}=i$ یا $i^2=-1$ دي د i توری له یونانی کلمی $(iota)$ څخه اخیستل شوي دی چې $\sqrt{-1}=i$ ته موهومي عدد وایې.یا هغه اعدادو ته ویل کېږي چې منفی اعداد وی او تر جفت جذر لاندی وی.

$$Ex\begin{cases}\sqrt{-16}=?\\ \Rightarrow\sqrt{(-1)16}=\sqrt{-1}\cdot\sqrt{16}\\ \Rightarrow i\cdot(\pm4)=\pm4i\end{cases}$$

$$Ex\begin{cases}x^2+a^2=?\\ \Rightarrow x^2=-a^2\\ \Rightarrow x=\pm\sqrt{-a^2}\\ \Rightarrow x=\pm\sqrt{(-1)\left(a^2\right)}\\ \Rightarrow x=\pm a\sqrt{-1}\\ \Rightarrow x=\pm ai\end{cases}$$

طبيعي عددونه $(Nutural\ Numbers)$

هغه عددونو ته ويل کېږي چې ديوه څخه پيل بياتر مثبت لايتناهی پوري دوام ولري، او يا ټول مثبت عددونه عبارت له طبيعي عددونو څخه دي، او يا هغه عددونه چې د شيانو د شميرلو لپاره استعمالېږي طبيعي عددونه بلل کېږي، او په IN سره ښودل کېږي.

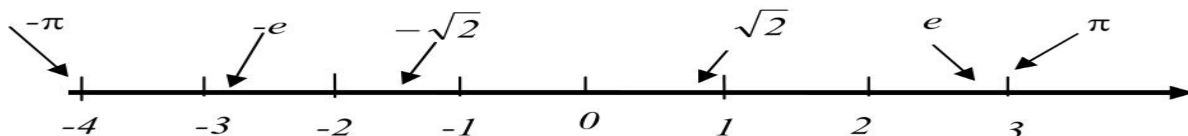
$$IN = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots \}$$

طبيعي عددونه د تامو مثبتو عددونو په نامه هم يادېږي.

د طبيعي عددونو سيټ تر دوو عمليو جمع او ضرب لاندی تړلی دئ. په دی معني چې د هرو دوو طبيعي عددونو د جمع او ضرب حاصلونه بيا هم يو، يو طبيعي عدد دی.

$$\forall m, n \in IN \Rightarrow m + n \in IN \qquad , \qquad mn \in IN$$

د عددونو محور يا د عددونو کرښه



هغه کرښه ده چې پر هغه کرښه باندی هر ډول عددونه وښودل شي چې په منځ کې يې صفر قرار لری ښې خواته يې مثبت عددونه او کيڼې خواته يې منفی عددونه قرار لری.

مطلقه قيمت

عبارت له هغه فاصلې څخه ده چې د اعدادو دمبداء (0) څخه بيا تر هغه عدد پوري عبارت دمطلقه قيمت څخه دی.علامه يې عبارت ده $|\ |$

که د يوه عدد فاصله د مبداء څخه په نظر کې ونيول شي د هغه عدد مطلقه قيمت بلل کېږي او په عمومي ډول يې په لاندي ډول تعريف کولای سو.

$$|x| = \begin{cases} x & , \ x > 0 \\ 0 & , \ x = 0 \\ -x & , \ x < 0 \end{cases}$$

مثالونه

$$Ex\begin{cases}(i)\rightarrow |5|=5\\ (ii)\rightarrow |0|=0\end{cases}\quad,\quad \begin{cases}(iii)\rightarrow |-9|=-(-9)=9\\ (iv)\rightarrow \left|1-\sqrt{11}\right|=\sqrt{11}-1\end{cases}$$

د مطلقه قیمت خاصیتونه

$$\begin{cases}(i)\rightarrow \quad |-x|=|x|\\ (ii)\rightarrow \left|\dfrac{x}{y}\right|=\left|\dfrac{x}{y}\right|\\ (iii)\rightarrow |xy|=|yx|\\ (iv)\rightarrow |x+y|\leq |x|+|y|\end{cases}$$

مثالونه

$$Ex\begin{cases}(i)\ \ |-3+4|=|1|=1<|-3|+|4|=7\\ (ii)\ \ |4+5|=|9|=9\\ (iii)\ \ \left|\dfrac{-3}{7}\right|=\dfrac{3}{7}=\dfrac{|-3|}{|7|}\\ (iv)\ \ |(-5)6|=|-30|=5\times 6=|-5|\cdot|6|\end{cases}$$

دحساب خلورګونې عملیې

جمع : جمع په لغات کې یوځای کولو ته وایې.او په اصطلاح کې دخو همجنسو شیانو یو ځای کولو ته جمع وایې.

$$a+b=c$$

دلته a او b د همجنسو شیانو تعداد او c د جمع حاصل دي.

جمع پر دوه ډوله ده

- عمودي جمع
- افقي جمع

عمودي جمع:لومړی به یویز تر یویز لاندی او لسیز تر لسیز لاندی په همدې ترتیب ټولو عددونه ترتیب کوو وروسته به د جمعی عملیه مخته وړو.

$$\begin{array}{r} a \\ + \quad b \\ \hline c \end{array}$$

مثالونه

$$\begin{array}{r} 45567 \\ 34678 \\ + \quad 90532 \\ 4355476 \\ \hline 4526253 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7563 \\ + \quad 9088 \\ 3574 \\ \hline 20225 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 234 \\ + \quad 643 \\ \hline 877 \end{array}$$

افقي جمع : دلته به هم د عددونو د مرتبو سلسله بايد مراعات شي، يويز د يويز سره لسيز د لسيز سره په همدې ترتيب سره تر پايه د مرتبو په مراعتولو سره جمع کيږي.

$$a+b=c$$

$$Ex\begin{cases}(i)\rightarrow \quad 234235+474686=\boxed{708921}\\(ii)\rightarrow \quad 7906+8932=\boxed{16838}\end{cases}$$

د جمع د عمليې خواص

1) د عددونو سيټ د جمع تر عمليې لاندې يو تړلی سيټ دی.

فرضاً که $a+b=c$, $a,b\in IN$ وي، نو $c\in IN$ هم وي، او که $a,b\in IR$ وي نو $c\in IR$ هم وي.

مثال

$$Ex\begin{cases}i) \qquad 4+5=9\Rightarrow 4,5,9\in IN\\ii) \qquad 9+(-15)=-6\Rightarrow (9),(-15),(-6)\in IR\end{cases}$$

2) د جمع تبديلي خاصيت

که د جمعي د حاصل په اجزاوو کې تغيرمکان راشي د جمع په حاصل کې تغير نه راځي.

$$a+b=b+a$$

$$Ex\begin{cases}15+9=9+15\\24=24\end{cases}$$

3) د جمع د عملیې اتحادی خاصیت

$$\boxed{(a+b)+c=a+(b+c)}$$

$$Ex\begin{cases}(3+4)+6=3+(4+6)\\ \Rightarrow 7+6=3+10\\ \Rightarrow 13=13\end{cases}$$

4) په جمع کې د عینیت عنصر

د جمع په عملیه کې د عینیت عنصر صفر دی

$$\begin{cases}a+0=a\\ 0+a=0\end{cases}$$

$$Ex\begin{cases}0+12=12\\ 18+0=18\end{cases}$$

منفي یا تفریق : تفریق په لغات کې کمولو ته وایې.او په اصطلاح کې دلوی عدد څخه کوچنی عدد کمولو یا د مفروق منه څخه مفروق کمولو ته تقریق وایې.

$$a-b=c \qquad \vee \qquad \begin{array}{r} a\\ -\ \ b\\ \hline c\end{array}$$

دلته a مفروق منه، b مفروق او c د تفریق حاصل دی.

مثال

$$\begin{array}{r} 934\\ -\ \ 643\\ \hline 291\end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 8643454\\ -\ \ 365865\\ \hline 8277589\end{array}$$

یادونه: په جمع او تفریق کې که د عددونو علامې یو شان وي عددونه یوله بله سره جمع کوو، او هم هغه علامه ورته لیکو.

$$Ex\begin{cases}i)\rightarrow 3+6+9+2=20\\ ii)\rightarrow -2-7-5=-14\end{cases}$$

یادونه: که د جمع او تفریق په عملیو کې د عددونو علامې مختلفې وي د دوي منځ کې هم علامه جمع کوو وروسته دوي یو له بله سره تفریق کوو او علامه د لوي عدد ورته لیکو

$$Ex\begin{cases} i) \rightarrow 2-3-7+5 \\ \Rightarrow 7-10=\boxed{-3} \\ ii) \rightarrow -9+8-12+90 \\ \Rightarrow 98-21=\boxed{77} \end{cases}$$

ضرب: ضرب په لغات کې وهلو ته وایې او دحساب په اصطلاح کې دمساوي عددونو دجمعې لنډې طریقې ته ضرب وایې.

یعنی که یو عدد n وار په خپلو کې سره جمع شي، نو لیکلای شو:

$$\begin{cases} \underbrace{a+a+a+a+a+a+a+a+...+a}_{n}=n\cdot a \\ \underbrace{2+2+2+2+2+2+2+2+2+2}_{10}=10\times 2=20 \end{cases}$$

$$a\times b=c \qquad \vee \qquad \begin{array}{r} b \\ \times\quad a \\ \hline c \end{array}$$

$a-$ مضروب، $b-$ مضروب علیه، $c-$ د ضرب حاصل

$$\begin{array}{r} 2480 \\ \times\quad 12 \\ \hline 4960 \\ +\quad 2480\downarrow \\ \hline 29760 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 1250 \\ \times\quad 4 \\ \hline 5000 \end{array}$$

د ضرب نښې

په لومړنیو ریاضیاتو کې $(\times)$ علامه کارول کېږي.

په عالی ریاضیاتو کې $(\cdot)$ علامه کارول کېږي.

کله چې مخلفې عملیې سره ګډې وي نو هلته قوسونه هم د ضرب معنا لرې که د قوس بهر کوم عدد وي د قوس سره د ضرب په حالت کې نو د قوس په داخل کې د ټولو عددونو سره د ضرب په حالت کې دي.

$$Ex\begin{cases}2(2+4-8\times 6)\\ \Rightarrow 2(2+4-48)\\ \Rightarrow 2(6-48)\\ \Rightarrow 2(-42)\\ \Rightarrow -84\end{cases}$$

د علامو ضرب:

$$\left.\begin{array}{l}+\begin{cases}+\cdot+=+\\ -\cdot-=+\end{cases}\\ -\begin{cases}+\cdot-=-\\ -\cdot+=-\end{cases}\end{array}\right\}$$

مطلب هم علامه مثبت کېږي او مختلف العلامه منفی کېږي.

دضرب خاصيتونه

1. د عددونو سيټ د ضرب تر عمليې لاندي يو تړلی سيټ دي.یعنی په هغه وخت کې چې د ضرب په عمليه کې $a\cdot b=c$, $a,b\in IN$ وي، نو $c\in IN$ هم دي.
2. **د تبدلي خاصيت:** که چېري د ضرب په عمليه کې د مضروب او مضروب عليه ځايونو ته تغير ورکړو د ضرب په حاصل کې تغير نه راځي.

$$Ex\begin{cases}a\cdot b=b\cdot a\\ 2\cdot 25=25\cdot 2\\ \Rightarrow 50=50\end{cases}$$

3. **د ضرب اتحادي خاصيت**

$$\boxed{(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)}$$

$$Ex\begin{cases}4\cdot 5\cdot 3=4\cdot 5\cdot 3\\ \Rightarrow (4\cdot 5)\cdot 3=4\cdot(5\cdot 3)\\ \Rightarrow 20\cdot 3=4\cdot 15\\ \Rightarrow 60=60\end{cases}$$

4. **د ضرب په عمليه کې د عينيت عنصر:** هغه عبارت له يوه څخه دی.

$$\begin{cases} a\times 1=a \\ 1\times a=a \end{cases}$$

$$Ex\begin{cases} 8\times 1=8 \\ 1\times 10=10 \end{cases}$$

5. **په ضرب کې صفر:** صفر چې په هر عدد کې ضرب شي هغه خنثی کوي.

$$\begin{cases} a\cdot 0=0 \\ 0\cdot a=0 \end{cases}$$

$$Ex\begin{cases} 1000\cdot 0=0 \\ 0\cdot 120=0 \end{cases}$$

6. **د ضرب توضيعي خاصيت:** که چېرې دضرب په عمليه کې دوه يا څو عددونه دجمعې يا منفی په حالت کې وي په قوسونو کې وی.او يو بل عدد چې دقوس څخه د بهر وی ددغه دقوس دعددونو سره دهر يوه سره د ضرب په حالت کې دی او که دننه دضرب علامه وی بيا هغه سره ضربوو بيا وروسته بهر عددونه ورسره ضربېږي.

$$\boxed{a\times(b\pm c)=a\times b\pm a\times c}$$

$$Ex\begin{cases} i)\rightarrow 4\times(3+2)=4\times 3+4\times 2 \\ \Rightarrow 12+4=20 \\ ii)\rightarrow 2\times(7+4-3)=2\times 7+2\times 4-2\times 3 \\ \Rightarrow 14+8-6=16 \end{cases}$$

7. **په ضرب کې مشترک نيونه**

$$\boxed{a\cdot b\pm a\cdot c=a(b\pm c)}$$

$$Ex\begin{cases} i) \qquad 2\cdot 3+2\cdot 4=2\cdot(3+4) \\ ii) \qquad 10-8=2\cdot(5-4) \end{cases}$$

8. **د همجنسو عددونو ضرب د طاقت په شکل ښودل**

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n}=a^n$$

$$Ex\begin{cases} (i)\rightarrow 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4=4^5 \\ (ii)\rightarrow 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2=2^8 \end{cases}$$

9. فکتوريل: فکتوريل د يوه څخه بيا تر هغه عدد پوري چې فکتوريل يې راکړي وي د مسلسلو عددونو ته فکتوريل وايې.

$$\boxed{n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 1}$$

$$Ex\begin{cases}(i)\rightarrow 4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24\\(ii)\rightarrow 7!=7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=5040\end{cases}$$

تقسيم(ويش): په لغات کې ويشولو ته وايې او په اصطلاح کې د يو عدد ويشل پر بل عدد باندې عبارت دتقسيم څخه دی.

$$\begin{array}{r|l} a & \underline{b} \\ -\ \vdots & c \\ \hline d & \end{array} \qquad \vee \qquad a\div b=c$$

دلته: a مقسوم. b مقسوم عليه. c خارج قسمت(د ويش حاصل). d باقی مانده(پاته) عدد.

يادونه: د ضرب د عمليې خاصيتونه د تقسيم په عمليه کې د تطبيق قابل ندي.

خاصيتونه

$$\begin{cases}i)\rightarrow\begin{cases}0\div a=0\\0\div 8=0\end{cases}\\ ii)\rightarrow\begin{cases}10\div 2=5\Rightarrow 4\times 2=10\\10\div 0\neq\infty\Rightarrow\infty\times 0\neq 10\end{cases}\\ iii)\rightarrow\left\{\dfrac{0}{0}=0\div 0=i\right.\end{cases}$$

يادونه: په ليمټ کې د عدد ويش پر صفر باندې مساوي په (∞) کېږي،او (i) موهومی عدد دی.

$$\begin{array}{r|l} 1264780 & 10 \\ \hline 10 & 126478 \\ 26 & \\ 20 & \\ 64 & \\ 60 & \\ 47 & \\ 40 & \\ 78 & \\ 70 & \\ 80 & \\ 80 & \\ 0 & \end{array}$$

مقسوم ← 1264780، 10 → مقسوم علیه، 126478 → خارج قسمت، 0 ← باقی یا پاته

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ -\ 5\downarrow\downarrow & 125 \\ \hline 12 & \\ -\ 10 & \\ \hline 25 & \\ -\ 25 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

يادونه

- د تقسیم د عملیې د ازمایښت لپاره کولای شو د ضرب دعملیې څخه کار واخلو.

$$a = b \times c + d$$

باقي+ خارج قسمت × مقسوم علیه = مقسوم

- که چېرې یو عدد دمقسوم څخه راتـا شـی او د مقسـوم علیـه څخـه کـوچنی وی پـه مقابـل کـې صـفر پـه خارج قسمت کـې اېږدو.لانـدې محاسـبه کـې د تقسـیم میـزان او د صـفر کېښـودل پـه خـارج قسـمت کـې کتلای شي.

$$\begin{array}{r|l} 1253 & 5 \\ -\ 10\downarrow\downarrow & 250 \\ \hline 25 & \\ -\ 25 & \\ \hline d=3 & \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 1253 \\ b = 5 \\ c = 250 \\ d = 3 \end{cases} \\ \begin{cases} a = b \times c + d \\ 1253 = 5 \times 250 + 3 \\ 1253 = 1250 + 3 \\ 1253 = 1253 \end{cases} \end{cases}$$

اولیه عددونه $(Prime\ Numbers)$

د صفر خلاف یو طبیعي عدد چې د یو او خپل ځان څخه بل کوم ضربی عوامل ونه لري(پر هېڅ بل عدد باندی پوره نه شي تقسیم کیدلی) د اولیه عدد په نوم یادېږي.

د یو طبیعي عدد ضربي عوامل که چېرې اولیه عددونه وي نو د اولیه عواملو په نوم یادېږي. او په Ip سره ښودل کېږي.

$$Ip=\{2,3,5,7,11,13,17,19,...\}$$

مرکب عددونه $(Composete\ Numbers)$

هغه عددونو ته ويل کېږي چې ديوه او خپل ځان څخه پرته پر نورو عددونو هم پوره د ويش وړوي.او په C سره ښودل کېږي.

$$C=\{4,6,8,9,10,12,15,16,18,20,21,24,...\}$$

په يادولرئ! چې(۱) يو نه مرکب دی او نه اوليه دی.

د طبيعي عددونو تجزيه $(Factorin\ Of\ \ Natural\ Numbers)$

د يو عدد د ضربي عواملو پيدا کولو عمليه د هغې عدد د تجزيې په نوم يادېږي، د يو عدد ارايه د هغې د اوليه عواملو د حاصل ضرب په حيث د هغې عدد تجزيه شوي شکل دی.

$$Ex\begin{cases}a)\rightarrow 150=2\times 3\times 5\times 5\\ b)\rightarrow 252=3\times 3\times 2\times 2\times 7\end{cases}$$

يادونه: هغه عدد چې پر 2 پوره تقسيم شي جفت $(Even\ Number)$ عدد دی، او هغه عدد چې پر 2 پوره تقسيم نه شي تاق $(Odd\ Number)$ عدد بلل کېږي.

د عددونو تجزيه لپاره لازمه ده چې پر ځينو اوليه عددونو د ويش قابليتونه طرحه شي.

د عددونو د تقسيم قابليت $(Divisibility\ Of\ \ Numbers)$

که چېري يو طبيعي عدد پر بل عدد باندې دا ډول تقسيم شي چې باقيمانده يې صفر شي. نو وايو چې نوموړی عدد پر دوهم عدد باندې پوره د تقسيم وړ دي.لکه چې 12 پر $2,3,4$ او 6 پوره د تقسيم وړ دي.

د ويش قابليت: دويش قابليت موږ ته دا رابنيي چې دا عددونه پر کومو عددونو پوره د ويش وړ دي .

پر۲باندې د ويش قابليت: پر دوو باندی هر هغه عدد پوره دويش وړ دې چې يويز رقم يې صفر يا جفت وی.

$$\{12,20,1234,454656,879787000,32468,\ldots\}$$

پر۳باندې د ويش قابليت: پر درو باندې هر هغه عدد پوره دويش وړ دی چې دارقامو مجموعه يې پر درو پوره د ويش وړ وي.

$$\{123,34269,1897245,987651,\ldots\}$$

پر۴باندې د ويش قابليت: پر څلورو دويش قابليت درى مرحلې لري.

A ـ كه چېري ديوېز او لسېز رقمونه يې صفرونه وي پر څلورو پوره دويش وړ دي.

$$\{1200, 3500, 100, 67900, 3400, \ldots\}$$

B ـ كه چېري د يوېز رقم يې (۲يا٦)وى او لسېز يې طاق وى هغه عددونه هم پوره پر څلورو دويش وړ دي.

$$\{1236, 657452, 672, 247696, 86785432, \ldots\}$$

C ـ كه چېري ديوېز رقم $(8, 4, 0)$ وي او لسېز يې جفت وي هغه عددونه هم پوره پر څلورو د ويش وړ دي.

$$\{20, 64, 88, 245440, 24545684, 2345328, \ldots\}$$

پر۵باندې د ويش قابليت: پر پنځو هر هغه عدد پوره د ويش وړ دې چې يوېز رقم يې صفر يا پنځه وي.

$$\{20, 45, 4560, 34545, 456576780, \ldots\}$$

پر٦باندې د ويش قابليت: پر شپږو باندې هغه عددونه پوره د ويش وړ دي چې په يوه وخت کې(۲او۳)پوره وويشل شي هغه عددونه پر شپږو پوره د ويش وړ دي.

$$\{342, 18, 6312, 78924, \ldots\}$$

پر۷باندې د ويش قابليت: پر اوو باندې هغه عددونه پوره د ويش وړ دي.چې د هغه عددونو لومړى رقم حذف شى او هغه حذف شوې رقم دوه چنده شي د هغه پاته عدد څخه منفې شي.دې عمليې ته تر هغو ادامه ورکوو چې هغه عدد دومره کوچنې شى چې موږ ته معلومه شې چې آيا دا عددونه پر اوو پوره د ويش وړ دي او کنه .که اخېري حاصل صفر يا اووه شو او يا بل داسي عدد شي چې هغه پر اوو پوره درويش وړ وى خپله هغه عدد هم پر اوو پوره د ويش وړ دي.

مثال: دا 4578 عدد ازمايښت کوو او طريقه يې عملې کوو.

$$\begin{array}{rl}
4578 & \boxed{8\cdot 2=16} \\
457 & \\
-\quad 16 & \\
\hline
441 & \boxed{1\cdot 2=2} \\
44 & \\
-\quad 2 & \\
\hline
42 & \boxed{2\cdot 2=4} \\
4 & \\
-\quad 4 & \\
\hline
0 &
\end{array}$$

نو باقي يې (0) شو، نو ويلای شو چې 4578 عدد هم پر اوو پوره د ويش وړ دي.

پر۸باندې د ويش قابليت: پر اتو باندې هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې يوېز،لسېز او سلېز رقمونه يې صفرونه وي او يا داسي عددونه وي چې پر (8) پوره د ويش وړ وي نو نومړي عدد هم پوره پر (8) د ويش وړ دي.

$$\{1000,888,9800,...\}$$

يادونه: د۸ عدد يو مرکب عدد دی نو ځکه په تجزيه کې ورته ضرورت نشته او نه هم کوم خاص تعريف ورته شويدی.

پر۹باندې د ويش قابليت: پر (9) باندې هغه عددونه پوره د ويش وړ دي چې د ارقامو مجموعه يې پر (9) پوره د ويش وړ وي.

$$\{1233,27,54,99,4554,...\}$$

پر۱۰ باندې د ويش قابليت: پرلسو هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې د يوېز رقم يې صفر وی.

$$\{120,100,90,340,4366770,6560,...\}$$

پر ۱۱ باندې د ويش قابليت: پر يوولسو باندې د عددونو ويش لاندې مراحل لري.

$A-$ دراکړل شوو عددونو پر سر شماره گذاري کوو.

$B-$ شماره گذاري په جفت او طاقو ويشو.

$C-$ د شمارہ گذارۍ تر طاقو عددونو لاندې عددونه جلا جمع کوو او تر جفت عددونو لاندې عددونه جلا جمع کوو.وروسته که طاق عددونه غټ وي او که جفت غټ وي یعنې د غټ عدد څخه کوچنی منفی کوو که حاصل صفر وي یوولس او یا بل داسي عدد وي چې هغه پر یوولسو پوره د ویش وړ وي نو هغه عدد خپله هم پر یوولسو باندې د ویش وړ دی.

- جفت عددونه $(Even\ Numbers)$
- تاق عددونه $(Odd\ Numbers)$

$$665962 \Rightarrow \begin{cases} Even \rightarrow 6+5+6=17 \\ Odd \rightarrow 6+9+2=17 \end{cases} \Rightarrow \boxed{17-17=0}$$

حاصل یې صفر شو نو (665962) عدد هم پوره پر (11) باندې پوره رسېږي.

پر ۱۲ باندې د ویش قابلیت: پر دوولسو باندې هر هغه عدد پوره رسېږي چې په یوه وخت کې پر $(3$ او $4)$ پوره ورسېږي خپله هغه عدد هم پر دوولسو پوره د ویش وړ دی.

$$\{3000, 2400, 305760, 550512, 11770248, \ldots\}$$

پر ۱۳ باندې د ویش قابلیت: پر دیارلسو باندې هر هغه عدد پوره د ویش وړ دی. که د راکړل شوي عدد څخه لمړی رقم حذف شي او څلور چنده شي او د هغه پاته عدد سره جمع شي تر هغه وخته پوري چې نومړې عدد پر۱۳ پوره رسېږي خپله هغه عدد هم پر ۱۳ پوره رسېږي.

$$\{2600, 3900, 687011\ ,\ 813044076, 2639, \ldots\}$$

طریقه

$$\begin{array}{rl} 2639 & \boxed{9\times4=36} \\ +\ 263 & \\ 36 & \\ \hline 299 & \boxed{9\times4=36} \\ +\ 29 & \\ 36 & \\ \hline 65 & \boxed{5\times4=20} \\ +\ 6 & \\ 20 & \\ \hline 26 & \end{array}$$

26 هغه عدد دې چې پر 13 پوره رسېږي نو 2639 عدد هم پر 13 پوره رسېږي.

پر ۱۴ باندې د ويش قابليت: پر (14) باندې هر هغه عدد پوره رسېږي چې په يوه وخت کې پر (2 او 7) پوره د ويش وړ وي.

$$\{1400,700,9153928\ ,\ 361704\ ,\ 12548928,\ldots\}$$

پر ۱۵ باندې د ويش قابليت: پر (15) باندې هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې په يوه وخت کې پر(3 او 5) پوره وويشل شي.

$$\{750,1500,387540,2208825,35175,\ldots\}$$

پر ۱۶ باندې د ويش قابليت: پر (16) باندې هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې په يوه وخت کې پر (2 او 8) پوره وويشل شي.

$$\{800,1600,413456,59072,1262624,\ldots\}$$

پر ۱۷ باندې د ويش قابليت: پر (17) باندې هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې د راکړل شوي عدد لومړی رقم حذف کړو او هغه پنځه چنده کړو او د هغه پاته عدد څخه يې منفي کړو تر هغه وخته پوري دې عمليې ته دوام ورکوو چې باقي يا پاته يې صفر او يا داسي عدد شي چې پر 17 ورسېږي، نو خپله هغه عدد هم پر 17 پوره ويشل کېږي.

$$\{170,340,680,1700,1360,43877,\ldots\}$$

طريقه

$$\begin{array}{l}
43877 \quad \boxed{7\times5=35} \\
-\ 4387 \\
\quad\ \ 35 \\
\hline
4352 \quad \boxed{2\times5=10} \\
-\ 435 \\
\quad\ \ 10 \\
\hline
425 \quad \boxed{5\times5=25} \\
-\ 42 \\
\quad\ 25 \\
\hline
17
\end{array}$$

17 هغه عدد دی چې پر 17 پوره رسېږي، نو 43877 عدد هم پر 17 پوره رسېږي.

پر ۱۸ باندې د ویش قابلیت: پر (18) باندې هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې په يوه وخت کې پر 2 او 9 پوره وويشل شي، هغه عدد خپله پر (18) هم پوره رسېږي.

$$\{180, 3600, 50625, 900, \ldots\}$$

پر ۱۹ باندې دويش قابلیت: پر (19) باندې هر هغه عدد پوره د ويش وړ دی چې د هغه عدد لومړی رقم حذف شي او هغه دوه چنده شي او د هغه پاته عدد سره جمع شي تر هغه وخته پوري دې عمليې ته دوام ورکوو چې حاصل يې صفر او يا بل داسی عدد شي چې پر (19) پوره د ويش وړ وی، نو هغه عدد خپله هم پر (19) پوره د ويش وړ دی.

$$\{190, 380, 171, 1330, 8550, 4902, \ldots\}$$

طریقه

$$\begin{array}{rl}
4902 & \boxed{2 \times 2 = 4} \\
490 & \\
+\quad 4 & \\
\hline
494 & \boxed{4 \times 2 = 8} \\
49 & \\
+\quad 8 & \\
\hline
57 & \boxed{7 \times 2 = 14} \\
5 & \\
+\quad 14 & \\
\hline
19 &
\end{array}$$

19 هغه عدد دې چې پر 19باندې پوره ويشل کېږي، نو 4902 عدد هم پر 19 باندې پوره د ويش وړ دی.

تجــزيه

- ❖ دضربي اجزاوو د ضرب په شکل د يو عدد ليکلو ته تجزيه وايي.
- ❖ تجزيه په لغات کې ويشولو ته وايې. او په اصطلاح کې د يو مرکب عدد ويشل پر نورو لومړنيو اعدادو باندي عبارت دتجزيي څخه ده.
- ❖ د يو مرکب عدد لومړني ضربي عواملو ته تجزيه وايې، چې د ضربي عواملو څخه يې مقصد هغه عدد دي چې اصلی عدد پر هغوي پوره ويشل کېږي.

يادونه: يو مرکب عدد بايد په داسې ډول پر لومړي عددونو وويشل شي چې اول بايد تر ټولو کوچنی لومړنی عدد بايد وويشل شي او په ترتيب سره بايد تر غټ لومړنی اعداد پوري ورسيږي.

د تجزيې ډولونه: د تجزيې ډولونه درى دي: سطري، دياگرام او عمومي طريقه.

A. سطري طريقه

$$Ex\begin{cases} i) \to 24 = 2\cdot2\cdot2\cdot3 = 2^3\cdot3 \\ ii) \to 36 = 2\cdot2\cdot3\cdot3 = 2^2\cdot3^2 \\ iii) \to 60 = 2\cdot2\cdot3\cdot5 = 2^2\cdot3\cdot5 \end{cases}$$

B. دياگرام طريقه

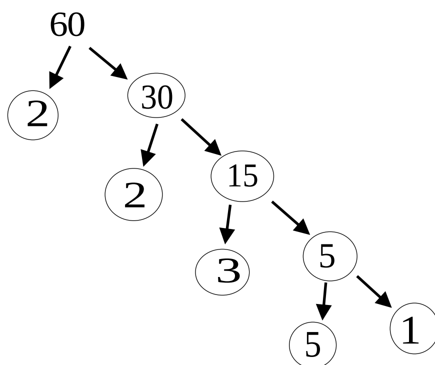
ددې طريقې د حل مراحل عبارت دي له:

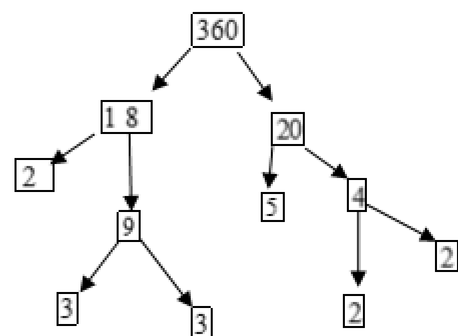
I. راکړل شوي عدد په ضربی عواملو سره تجزيه کوو.

II. که دواړه لاسته راغلي ضربی عوامل لومړنی عددونه وي نو غوښتل شوي عوامل لاسته راغلي دي.

III. که يو يا دوه عوامل مرکب عددونه وي نو هر يو په ضربی عواملو تجزيه کوو.

IV. پورته عمليې ته تر هغو دوام ورکوو چې ټول عوامل په لومړنيو عواملو تجزيه شي.





$$360 \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 2\times2\times2\times3\times3\times5 \\ \Rightarrow 2^3\times3^2\times5 \end{cases}$$

c. عمومي طريقه

$$i) \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 120 \\ 2 & 60 \\ 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \Bigg\} \Rightarrow 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = \underline{\underline{120}}$$

$$ii) \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 360 \\ 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \Bigg\} \Rightarrow 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = \underline{\underline{360}}$$

$$iii) \rightarrow \begin{array}{r|l} 2 & 720 \\ 2 & 360 \\ 2 & 180 \\ 2 & 90 \\ 3 & 45 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ & 1 \end{array} \Bigg\} \Rightarrow 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = \underline{\underline{720}}$$

قاسم

که یو طبیعي عدد پر بل عدد پوره وویشل شي دوهم عدد ته د لومړی عدد قاسم وايي.

مثال: 32 پر 8 باندی پوره دویش وړ دی یعنی: $32 \div 8 = 4$ نو 8 ته د32 یو قاسم دی.

$$Ex\begin{cases} 36 = \{1,2,3,4,6,9,12,18,36\} \\ 24 = \{1,2,3,4,6,8,12,24\} \\ 48 = \{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\} \end{cases}$$

په پورته مثال کې د عدد مخامخ قوس کې چې ليکل شوي دي د هغه عدد قاسمونه دي ځکه چې د قوس دباندې عدد د قوس پر دننه عددونو پوره د ويش وړ دي.

مشترک قاسم

که دوه يا څو عددونه په يوه وخت کې پر يوه عدد پوره وويشل شي، نو دې عدد ته د هغه دوو يا څو عددونو مشترک قاسم وايې.

مثال: د 36 ,24 او 48 دعددونو د مشترک قاسمونو دعددونو سيټ پيداکړئ.

$$Ex\begin{cases}36=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}\\24=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}\\48=\{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}\end{cases}$$

د 36 ,24 او 48 عـددونو د مشـترکو عنـاصرو سـيټ عبـارت دي لـه: $(1,2,3,4,6,12)$ څخـه . نـو دا هغـه عددونه دي چې په يوه وخت کې 36 ,24 او 48 عددونه پوره ورباندې ويشل کېږي.

تر ټولو لوي مشترک قاسم (GCD)

د تير مثال په تعقيب سره، د عددونو قاسمونه پيداکوو، دوهمه مرحله کې د دوي مشترک قاسمونه سره يو ځای کوو او دريمه مرحله کې په مشترک قاسمونو کې غټ عدد انتخاب کوو چې د نومورو عددونو تر ټولو لوي مشترک قاسم بلل کېږي.

مثال:

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow\begin{cases}36=\{1,2,3,4,6,9,12,18,36\}\\24=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}\\48=\{1,2,3,4,6,8,12,16,24,48\}\end{cases}\Rightarrow\{1,2,3,4,6,12\}\Rightarrow\boxed{12\ \ GCD}\\2)\rightarrow\begin{cases}60=\{1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60\}\\80=\{1,2,4,5,8,10,20,40,80\}\\120=\{1,2,3,4,5,6,8,10,12,20,24,30,40,60,120\}\end{cases}\Rightarrow\{1,2,4,5,10,20\}\Rightarrow\boxed{20\ \ GCD}\end{cases}$$

دتجزيې په مرسته د لوي مشترک قاسم (GCD) يا (HCF) پيداکول

لومړی مثال: د 40 او 60 عددونو مشترک قاسم پيداکوو.

$$\begin{array}{cc|ll} * & 2 & 40 & 60 \\ * & 2 & 20 & 30 \\ & 2 & 10 & 15 \\ * & 5 & 5 & 15 \\ & 3 & 1 & 3 \\ & & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 2\times 2\times 5 = 2^2\times 5 = \boxed{20\ \ GCD}$$

دوهم مثال: د 80,120 او 140 عددونو لوي مشترک قاسم پيداکړئ.

$$\begin{array}{cc|lll} * & 2 & 80 & 120 & 140 \\ * & 2 & 40 & 60 & 70 \\ & 2 & 20 & 30 & 35 \\ & 2 & 10 & 15 & 35 \\ & 3 & 5 & 15 & 35 \\ * & 5 & 5 & 5 & 35 \\ & 7 & 1 & 1 & 7 \\ & & 1 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 2\times 2\times 5 = \boxed{20\ \ GCD}$$

يادونه: کوم عددونه چې موږ ته راکړل شويدي هغه تجزيه کوو وروسته هغه لومړنی عددونه سره ضرب وو چې يوه وخت کې مرکب عددونه وربانديې پوره ويشل شوي وی.لکه پورته مثالونو کې چې د ستورو (*) نښانونه ورته شوي دی .

مضرب

د کوم عددونو مضرب چې غواړو پيداکړو نو هغه عددونه به وي چې زموږ پر تاکلی عدد پوره د ويش وړ وي.

لومړی مثال: د 2 او 3 عددونو مضربونه پيداکړئ.

$$1) \rightarrow Ex\begin{cases} 2 = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,\ldots\} \\ 3 = \{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,\ldots\} \end{cases}$$

دوهم مثال: د 8,12 او 15 عددونو مضربونه پيداکړئ.

$$2)\rightarrow Ex\begin{cases}8=\{8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,...\}\\12=\{12,24,36,48,60,72,84,96,108,120,...\}\\15=\{15,30,45,60,75,90,105,120,135,150,...\}\end{cases}$$

یادونه: په قوس دننه هغه عددونه لیکل شوي دي چې د قوس دباندي عددونو بانډي پوره دویش وړ دي، نو د قوس دننه عددونه د قوس دباندي د عددونو مضربونه دي.

مشترک مضرب

کوم عددونه چې غواړو مشترک مضربونه یې پیداکړو نو لومړی یې مضربونه د هغه عددونو لیکو وروسته مشترک عددونه ترې راباسو.

لومړی مثال: د 2 او 3 عددونو مشترک مضربونه پیداکړئ.

$$1)\rightarrow Ex\begin{cases}2=\{2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,...\}\\3=\{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30,...\}\end{cases}\qquad\Rightarrow\{6,12,18,24,30,...\}$$

دوهم مثال: د 6,8 او 12 عددونو مشترک مضربونه پیداکړئ.

$$2)\rightarrow Ex\begin{cases}6=\{6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,...\}\\8=\{8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,...\}\\12=\{12,24,36,48,60,72,84,96,108,120,...\}\end{cases}\qquad\Rightarrow\{24,48,...\}$$

تر ټولو کوچنی مشترک مضرب (LCM)

د مضربونو د پیداکیدو او مشترک مضربونو د پیداکیدو څخه وروسته په دریم پړاوو کې غواړو تر ټولو کوچنی مشترک مضرب پیداکړو نو په مشترک مضرب کې ګورو چې تر ټولو کوچنی عدد وو، هغه د نوموړو عددونو تر ټولو کوچنی مشترک مضرب LCM دي.

مثال: د 4,6 او 8 تر ټولو کوچنی مشترک مضرب LCM پیداکړئ.

$$Ex\begin{cases}A_1\rightarrow 6=\{6,12,18,24,30,36,42,48,54,60,...\}\\A_2\rightarrow 8=\{8,16,24,32,40,48,56,64,72,80,...\}\\A_3\rightarrow 4=\{4,8,12,16,20,24,28,32,36,40,44,48,\ldots\}\end{cases}\qquad A_1\cap A_2\cup A_3\Rightarrow\{24,48,...\}\Rightarrow\boxed{24\ \ LCM}$$

د دری واړو سیټونو د تقاطع څخه مو $(24,48,...)$ عددونه پیداکړل، چې دوي ټولو کې کوچنی عدد 24 دي، نو تر ټولو کوچنی مشترک مضرب هم 24 دي.

د تجزيې په مرسته د کوچنی مشترک مضرب پیداکول

لومړی مثال: د $(40,60)$ عددونو تر ټولو کوچنی مشترک مضرب پیداکړئ، د تجزيې په مرسته.

$$\begin{array}{r|lr} 2 & 40 & 60 \\ 2 & 20 & 30 \\ 2 & 10 & 15 \\ 3 & 5 & 15 \\ 5 & 5 & 5 \\ & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 2\times2\times2\times3\times5=2^3\times3\times5=\boxed{120\ \ LCM}$$

دوهم مثال: د $120,140$ او 160 **عددونو تر ټولو کوچنی مشترک مضرب پیداکړئ.**

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 120 & 140 & 160 \\ 2 & 60 & 70 & 80 \\ 2 & 30 & 35 & 40 \\ 2 & 15 & 35 & 20 \\ 2 & 15 & 35 & 10 \\ 3 & 15 & 35 & 5 \\ 5 & 5 & 35 & 5 \\ 7 & 1 & 7 & 1 \\ & 1 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow 2\times2\times2\times2\times2\times3\times5\times7=2^5\times3\times5\times7=\boxed{3360\ \ LCM}$$

(3360) هغه عدد دې چې په یوه وخت کې پر $(120,140)$ او (160) عددونو پوره د ویش وړ دي او تر دې (3360) عدد بل کوچنی عدد نشته چې په یوه وخت کې پر $(120,140)$ او (160) عددونو پوره ورسېږي.

د دوو عددونو د کوچنی مشترک مضرب او د لوی مشترک قاسم تر منځ اړیکه

لوی مشترک قاسم × کوچنی مشترک مضرب= لومړی عدد× دوهم عدد $(a\cdot b=L\cdot G)$

په پورته فورمول کې لومړی عدد a ، دوهم عدد b ، لوی مشترک قاسم G او کوچنی مشترک مضرب L دي.

- ✓ د لومړی عدد د پیدا کیدو لپاره: $a=\dfrac{L\times G}{b}$
- ✓ د دوهم عدد د پیدا کیدو لپاره: $b=\dfrac{L\times G}{a}$
- ✓ د لوی مشترک قاسم د پیدا کیدو لپاره: $G=\dfrac{a\times b}{L}$

✓ د کوچنی مشترک مضرب د پيدا کيدو لپاره: $L=\dfrac{a\times b}{G}$

لومړی مثال: د 180 او 250 عددونو ترټولو لوی مشترک قاسم 60 دي، تاسو يې کوچنی مشترک مضرب پيدا کړئ.

$$i)\rightarrow\begin{cases}a=180\\ b=250\\ G=60\\ L=?\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}L=\dfrac{a\times b}{G}\\ L=\dfrac{\cancel{180}\times 250}{\cancel{60}}=3\times 250=\boxed{750}\end{cases}$$

دوهم مثال: د 180 او 250 عددونو کوچنی مشترک مضرب 750 دی، تاسو يې لوی مشترک قاسم L پيدا کړئ.

$$ii)\rightarrow\begin{cases}a=180\\ b=250\\ L=750\\ G=?\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}G=\dfrac{a\times b}{L}\\ G=\dfrac{180\times\cancel{250}}{\cancel{750}}=\dfrac{180}{3}=\boxed{60}\end{cases}$$

دريم مثال: که لوی مشترک قاسم 60 ، کوچنی مشترک مضرب 750 ، او لومړی عدد a يې 180 وي، تاسو يې دوهم عدد b پيداکړئ.

$$iii)\rightarrow\begin{cases}L=60\\ G=750\\ a=180\\ b=?\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=\dfrac{L\times G}{a}\\ b=\dfrac{\cancel{60}\times 750}{\cancel{180}}=\dfrac{750}{3}=\boxed{250}\end{cases}$$

څلورم مثال: که لوی مشترک قاسم 60 ، کوچنی مشترک مضرب 750 ، او دوهم عدد b يې 250 وي، تاسو يې لومړی عدد a پيداکړئ.

$$iv)\rightarrow\begin{cases}L=60\\ G=750\\ b=250\\ a=?\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{L\times G}{b}\\ a=\dfrac{60\times\cancel{750}}{\cancel{250}}=60\times 3=\boxed{180}\end{cases}$$

دوهم فصل

طاقت (Power)

تعریف: دمساوي عددونو د ضرب لنډې طریقې ته طاقت وایې.یا د تکرار عددونو د ضرب لنډې طریقې ته طاقت وایې.

- که $a\in R$ او $n\in Z$ وي او د a عدد n وارې په خپل ځان کې ضرب شی، نو هغه د توان a^n په شکل لیکو. چې a قاعده او n توان دی.

$$a^n = \underbrace{a\times a\times a\times a\times a\times a\times a\times \ldots\times a}_{n}$$

- هغه عدد چې په خپل ځان کې ضربیږي د طاقت لرونکی عدد قاعده ورته وایې، او د ضربیدو کرتو(وار) ته د طاقت لرونکی عدد توان وایې.
- کله چې مساوي عددونه د ضرب په حالت کې وي، د هغو څخه یو عدد لیکو، چې هغه عدد ته قاعده $(Base)$ وایې، او د مساوي عددونه شمیرو د هغه شمیر د قاعدې پر سر لیکو چې هغه ته توان $(Exponent)$ وایې، او په مجموع کې دواړو ته چې عمومي شکل یې (a^n) دی طاقت $(Power)$ ورته وایې.چې دلته a قاعده او n توان دی.

تاریخچه

یونانیانو د هندسې په مرسته د یو عدد توان ښکاره کاوه د دوی معلومات د حساب او الجبر په برخه کې لږ وه او ټوله توجه یې د هندسې خوا ته اړولې وه. د یو عدد دویم توان یې د مربع په مرسته او دریم توان یې د مکعب په مرسته ښکاره کاوه چې ضلعې یې مستقیم خطونه وي او له 3یې پورته کار نه کاوه. هندي ریاضي پوهانو د لویو عددونو او د دوی له توانو سره علاقه درلوده د سطرنج د تختې یوه مشهوره قصه داسې ده چې د وخت حاکم د سطرنج کشف کوونکی خپل دربار ته راوغوښت او ورته ویې ویل چې له ما څه وغواړه چې در یې کړم هغه ورته په جواب کې وویل چې د سطرنج د تختې په لومړنۍ خانه کې یوه دانه غنم په دویمه کې دوه دانې په دریمه خانه کې څلور دانې او په همدې ډول په هره خانه د مخکنۍ خانې دوه چنده غنم تر 64 خانې پورې کېږدي ما ته یې راکړه، د وخت حاکم فکر وکړ چې د سطرنج مخترع غنمو ته اړتیا لري. امر یې وکړ چې څو بوری غنم ورته ورکړئ، لېکن مخترع(کشف کوونکي) ورته وویل چې

حساب وکړئ، بيا غنم ما ته راکړئ. څه وخت چې د رياضي پوهانو حساب وکړ، نو متوجه شول چې که د ځمکې په ټوله سطح باندې غنم وکرل شي هم د مخترع غنم نه پوره کيږي.

نن ورځ چې $\left(a^2, a^3, a^4 \ldots\right)$ ليکو دا د يو فرانسوي رياضي پوه کار دی چې په (1647)م کې رواج شوه.

مثالونه:

$$1) \rightarrow \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{8} = 2^8 = 256$$

$$2) \rightarrow \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{4} = 10^4 = 10000$$

$$3) \rightarrow (-2)^4 = \underbrace{(-2)(-2)(-2)(-2)}_{4} = 16$$

$$4) \rightarrow (-1)^5 = \underbrace{(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)}_{5} = -1$$

يادونه:

1. $\Rightarrow n \cdot a = \underbrace{a + a + a + a + a + \ldots + a}_{n} \quad , \quad n \cdot a \neq a^n$
2. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n}$
3. $\left(0^0\right)$مبهم شکل دی.
4. $1^n = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times \ldots \times 1}_{n} = 1$

د طاقت قوانين

لومړی قانون: که دوه يا څو عددونه د ضرب په حالت کې وي چې قاعدې يې مساوي او توانونه يې مختلف وي.د قاعدو څخه يوه قاعده او توانونه يې جمع کوو.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$Ex\begin{cases} 1) \rightarrow 4^2 \times 4^5 = 4^{2+5} = 4^7 \\ 2) \rightarrow x^3 \cdot x^4 \cdot x^5 = x^{3+4+5} = x^{12} \end{cases}$$

مثال: دا $\left[5^{-2} \cdot (25)^3 \cdot 5^{-3} + 5^2 + 2^3 \cdot 8^{-1}\right]$ آفاده حل کړئ.

حل:

$$5^{-2}\cdot(25)^3\cdot5^{-3}+5^2+2^3\cdot8^{-1}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 5^{-2}\cdot(5^2)^3\cdot5^{-3}+5^2+2^3\cdot(2^3)^{-1}\\ \Rightarrow 5^{-2}\cdot5^6\cdot5^{-3}+25+2^3\cdot2^{-3}\\ \Rightarrow 5^{-2+6-3}+25+2^{3+(-3)}\\ \Rightarrow 5+25+2^0\\ \Rightarrow 30+1\\ \Rightarrow \underline{\underline{31}}\end{cases}$$

دوهم قانون: که چېري څو عددونه د ضرب په حالت کې وي په داسي حال کې چې قاعدې يې مختلفې او توانونه يې مساوي وی.نو د توانو څخه يو توان او قاعدې ضربېږي.

$$a^m\times b^m=(a\times b)^m$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow 3^2\times4^2=(3\times4)^2=(12)^2=\underline{\underline{144}}\\ 2)\rightarrow 5^4\cdot3^4\cdot2^4=(5\cdot3\cdot2)^4=(30)^4=\underline{\underline{810000}}\end{cases}$$

مثال: دا $\left(2^3\cdot3^3+3^2\cdot5^2\right)$ آفاده محاسبه کړئ.

حل:

$$2^3\cdot3^3+3^2\cdot5^2\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow (2\cdot3)^3+(3\cdot5)^2\\ \Rightarrow 6^3+(15)^2\\ \Rightarrow 216+225\\ \Rightarrow \underline{\underline{441}}\end{cases}$$

دريم قانون: که چېري يوه قاعده په مختلفو توانونو پورته شوي وی.قاعده يې خپله ليکو او توانونه يې يو په بل کې ضرب وو.

$$\left(\left(\left(\left(a^{m}\right)^{n}\right)^{o}\right)^{p}\right)^{q}=a^{m\times n\times o\times p\times q}$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow & \left(\left(\left(\left(5^{2}\right)^{3}\right)^{4}\right)^{5}\right)^{2}=5^{2\times3\times4\times5\times2}=\underline{\underline{5^{240}}}\\ 2)\rightarrow & \left[\left(27\right)^{2}\right]^{3}=\left(27\right)^{2\cdot3}=\left(27\right)^{6}=\left(3^{3}\right)^{6}=3^{3\cdot6}=\underline{\underline{3^{18}}}\end{cases}$$

څلورم قانون: که چېري د تقسيم په حالت کې قاعدې سره مساوي وی او توانونه مختلف وو، د مساوي قاعدو څخه يوه قاعده ليکو او د صورت د توان څخه د مخرج توان منفی کوو.

$$\frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m}$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow & \frac{4^{6}}{4^{3}}=4^{6-3}\Rightarrow 4^{3}\Rightarrow\underline{\underline{64}}\\ 2)\rightarrow & \frac{5^{12}}{5^{9}}=5^{12-9}=5^{3}=\underline{\underline{125}}\end{cases}$$

مثال: ددې $\frac{81\cdot3^{3}}{\left(27\right)^{2}}$ آفادې نتيجه محاسبه کړئ.

حل:

$$\frac{81\cdot3^{3}}{\left(27\right)^{2}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\frac{3^{4}\cdot3^{3}}{\left(3^{3}\right)^{2}}\\ \Rightarrow\frac{3^{4}\cdot3^{3}}{3^{6}}\\ \Rightarrow\frac{3^{4+3}}{3^{6}}\\ \Rightarrow\frac{3^{7}}{3^{6}}=3^{7-6}=\underline{\underline{3}}\end{cases}$$

پنځم قانون: که چېري د تقسيم په حالت کې قاعدې مختلفی وي او توانونه مساوي وی.د توانونو څخه يو توان او صورت پر مخرج ويشو.

$$\frac{a^m}{b^m}=\left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow & \frac{4^5}{2^5}=\left(\frac{4}{2}\right)^5=2^5\Rightarrow \underline{\underline{32}}\\ 2)\rightarrow & \frac{(18)^5}{9^5}=\left(\frac{18}{9}\right)^5=2^5=\underline{\underline{32}}\end{cases}$$

شپږم قانون: که چیېري د یو عدد توان صفر وی هغه مساوي په یوه سره دی.

$$a^0 = 1$$

ثبوت: $a^0 = 1$

مساوي عدد تقسیم پر مساوي عدد د تقسیم حاصل یې یو دی. (I) ...... $\frac{a^2}{a^2}=1$

د طاقت د تقسیم قانون دی: (II) ...... $\frac{a^2}{a^2}=a^{2-2}=a^0$

د اولې (I) او دوهمې (II) رابطې د مقایسې څخه لیکو د مساوات یو طرف مساوی دې بل یې هم سره مساوي دي:

$$\begin{cases}\frac{a^2}{a^2}=\underline{\underline{1}} & ......\quad (I)\\ \frac{a^2}{a^2}=a^{2-2}=\underline{\underline{a^0}} & ......\quad (II)\end{cases}\Rightarrow\left\{\underline{\underline{a^0=1}}\right.$$

اووم قانون: کـه چیـري دیـوې قاعدې تـوان منفـی وی او وغـواړو چـې مثبـت یـې کـړو نـو مخـرج تـه یـې کښـته کوو توان یـې مثبـت کېږي او بـرعکس کـه پـه مخـرج کـې وی نـو صـورت تـه یـې پورتـه کـړو نـو تـوان یـې مثبـت کېږي.

$$\begin{cases}i)\rightarrow & a^{-m}=\frac{1}{a^m}\\ ii)\rightarrow & \frac{1}{a^{-n}}=a^n\\ iii)\rightarrow & \left(\frac{x}{y}\right)^{-n}=\left(\frac{y}{x}\right)^n\end{cases}$$

$$Ex\left\{\left(\frac{2}{8}\right)^{-2}=\left(\frac{8}{2}\right)^{2}=4^{2}=\underline{\underline{16}}\right.$$

لومړی مثال: ددې $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}+\frac{2^{-1}}{3}$ عملیې نتیجه پیداکړئ.

حل:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-1}+\frac{2^{-1}}{3}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\frac{7}{3}+\frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{7}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\\ \Rightarrow\frac{7}{3}+\frac{1}{6}\\ \Rightarrow\frac{14+1}{6}\\ \Rightarrow\frac{15}{6}=\underline{\underline{\frac{5}{2}}}\end{cases}$$

دویم مثال: دا $\frac{1}{2^{-1}}+\frac{3}{2^{-2}}+\frac{5}{3^{-1}}+\frac{1}{2}$ عملیه محاسبه کړئ.

حل:

$$\frac{1}{2^{-1}}+\frac{3}{2^{-2}}+\frac{5}{3^{-1}}+\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 1\cdot 2^{1}+3\cdot 2^{2}+5\cdot 3^{1}+\frac{1}{2}\\ \Rightarrow 2+3\cdot 4+15+\frac{1}{2}\\ \Rightarrow 2+12+15+\frac{1}{2}\\ \Rightarrow 29+\frac{1}{2}\\ \Rightarrow\frac{58+1}{2}=\underline{\underline{\frac{59}{2}}}\end{cases}$$

جـــذر

تعریـف: جـذر پـه لغـات کـې ریښـې تـه ویـل کیږي.اوپـه اصـطلاح کـې د یـو عـدد ریښـه پیـداکول د عـددونو پـر محور باندي.

- هـــر وخـــت کـــه $a \in R$, $n \in Z^{+}$ او $(x^n = a)$ وي، x تـــه د a , n ام جـــذر وايـــې، او داسي $(x = \sqrt[n]{a})$ ښودل کېږي.
- هغه جذر چې جذرنما يې 2 وی، نه ليکل کېږي او a تر مربع جذر لاندی ښودل کېږي.

$$\sqrt[n]{a} \Rightarrow n = 2 \Rightarrow \sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

- هغه جذر چې جذرنما يې 3 وی، هغه ته a تر مکعب جذر لاندی ښودل کېږي.

$$\sqrt[n]{a} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow \sqrt[3]{a}$$

- هغه جذر چې جذرنما يې 4 وی، هغه تر څلورم جذر لاندی او که پنځه وي په همدې ترتيب تر پنځم جذر لاندی ښودل کېږي.

د جذر د مشخصو پيژندنه

$$\sqrt[n]{a^m}$$

جذر نما ← n

مجذور يا تر جذر لاندی عدد ← a^m

تر جذر لاندی قاعده ← a

❖ د پوهاوی لپاره ځينې لنډ مثالونه

$$n = 2 \Rightarrow \begin{cases} 1) \to \sqrt{4} = \sqrt{2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} = \pm 2 \\ 2) \to \sqrt{9} = \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{3^2} = \pm 3 \\ 3) \to \sqrt{64} = \sqrt{8 \cdot 8} = \sqrt{8^2} = \pm 8 \\ 4) \to \sqrt{144} = \sqrt{12 \cdot 12} = \sqrt{12^2} = \pm 12 \\ 5) \to \sqrt[2]{225} = \sqrt[2]{15 \cdot 15} = \sqrt[2]{(15)^2} = \pm 15 \end{cases}$$

$$n = 3 \Rightarrow \begin{cases} 1) \to \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \\ 2) \to \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \\ 3) \to \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt[3]{(10)^3} = 10 \end{cases}$$

$$n=4,5,6 \Rightarrow \begin{cases} 1) \rightarrow \sqrt[4]{16}=\sqrt[4]{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\sqrt[4]{2^4}=2 \\ 2) \rightarrow \sqrt[4]{10000}=\sqrt[4]{10\cdot 10\cdot 10\cdot 10}=\sqrt[4]{(10)^4}=10 \\ 3) \rightarrow \sqrt[5]{32}=\sqrt[5]{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\sqrt[5]{2^5}=2 \\ 4) \rightarrow \sqrt[5]{100000}=\sqrt[5]{10\cdot 10\cdot 10\cdot 10\cdot 10}=\sqrt[5]{(10)^5}=10 \\ 5) \rightarrow \sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\sqrt[6]{2^6}=2 \\ 6) \rightarrow \sqrt[6]{531441}=\sqrt[6]{9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 9}=\sqrt[6]{9^6}=9 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ 7) \rightarrow \sqrt[n]{a^n}=\sqrt[n]{\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\ldots\cdot a}_{n}}=\sqrt[n]{a^n}=a \end{cases}$$

- يادونه بايد وشئ، په جذر کې تر هر څو پورې شته خو تر ټولو زيات چې کارول کېږي، هغه مربع جذر او مکعب جذر دي.
- کله چې عددونه غټ شي نو بيا داسي په ساده ډول يې پيداکول مشکل دي نو ددې جذرو د پيداکولو لپاره عموماً دوي طريقې شته چې يوه يې د تجزيې طريقه ده او بله يې عمومي طريقه ده، عمومي طريقه يوازې د مربع جذر لپاره کارول کېږي او د تجزيې طريقه د دواړو لپاره کارول کېږي.

د مربع جذر پيداکول د تجزيې په مرسته

- کله چې تجزيه شي عدد د هغه وروسته د دوو مساوي عددونو څخه يو عدد نيسو، له دغه نيول شوي عددونه وروسته په خپلو کې سره ضرب وو او هغه د نوموړي عدد مربع جذر دی.

لومړی مثال: د 625 مربع جذر پيداکړئ د تجزيې په مرسته.

حل:

5	5	625
	5	125
5	5	25
	5	5
		1

$$\Rightarrow \begin{cases} 5\cdot 5=25 \\ \sqrt{625}=25 \end{cases}$$

دوهم مثال: (1024) عدد تجزيه کړئ او مربع جذر يې وښياست؟

حل:

$$2\begin{cases}2 & \underline{1024}\\ 2 & \underline{512}\end{cases}\quad 2\begin{cases}2 & \underline{256}\\ 2 & \underline{128}\end{cases}\quad 2\begin{cases}2 & \underline{64}\\ 2 & \underline{32}\end{cases}\quad 2\begin{cases}2 & \underline{16}\\ 2 & \underline{8}\end{cases}\quad 2\begin{cases}2 & \underline{4}\\ 2 & \underline{2}\end{cases}\quad 1$$

$$\Rightarrow\begin{cases}2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2=32\\ \sqrt{1024}=32\end{cases}$$

يادونه: د تجزيې په طريقه سره د هر عدد مربع جذر نه پيداکېږي، نو داسې طريقه چې د هر عدد مربع جذر پيداکړي هغه عمومي طريقه ده.

د مـــربـــع جــــذر پيدا کول په عمومي طريقه

د استعمال او زده کړې طريقه

۱ـ اول دوې خانې د راسته خوا څخه انتخاب وو.

۲ـ هغه عدد يا عددونه په نظر کې نيسو .

۳ـ دوه داسې مساوي عددونه پيداکوو چې سره ضرب يې کړو تر هغه انتخاب شوې خانې سره برابر يا هم کم وي.او په وار سره دوې خانې راکښته کوو.او هغه لوړ عدد دوه چنده کوو.او د هغه تر څنګ يې ليکو .

لومړی مثال: د (625) عدد مربع جذر پيداکړئ، په عمومي طريقه سره.

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 25 \\ \hline 2 & 6\ 25 \\ & 4 \downarrow\downarrow \\ \hline 45 & 225 \\ & 225 \\ \hline & 0 \end{array} \Rightarrow \sqrt{625} = 25$$

دويم مثال: د $\sqrt{77841}$ عدد مربع جذر پيداکړئ په عمومي طريقه.

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 279 \\ \hline 2 & 77841 \\ & 4 \\ \hline 47 & 378 \\ & 329 \\ \hline 549 & 4941 \\ & 4941 \\ \hline & 0000 \end{array} \qquad \sqrt{77841} = 279$$

دريم مثال: د(11025) عدد دويم جذر په عمومي طريقه پيداکړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 105 \\ \hline 1 & 11025 \\ & 1 \\ \hline 20 & 10 \\ & 00 \\ \hline 205 & 1025 \\ & 1025 \\ \hline & 0000 \end{array} \qquad \sqrt{11025} = 105$$

د مکعب جذر پيداکول د تجزيې په مرسته

د مکعب جذر د پيداکولو لپاره د تجزيې ښخه کار اخلو، بله طريقه نه لرې.

لومړی مثال: د $\sqrt[3]{3375}$ عدد مکعب جذر پیداکړئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{r|l} 3 & \underline{3375} \\ 3 & \underline{1125} \\ 3 & \underline{375} \\ 5 & \underline{125} \\ 5 & \underline{25} \\ 5 & \underline{5} \\ & 1 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} 3\cdot 5 = 15 \\ \sqrt[3]{3375} = 15 \end{cases}$$

دویم مثال: د (512) عدد دریم جذر پیداکړئ د تجزیې په مرسته؟

حل:

$$\left.\begin{array}{r|l} 2 & \underline{512} \\ 2 & \underline{256} \\ 2 & \underline{128} \\ 2 & \underline{64} \\ 2 & \underline{32} \\ 2 & \underline{16} \\ 2 & \underline{8} \\ 2 & \underline{4} \\ 2 & \underline{2} \\ & 1 \end{array}\right. \Rightarrow \begin{cases} 2\cdot 2\cdot 2 = 8 \\ \sqrt[3]{512} = 8 \end{cases}$$

د جــذر قوانـین

1) **قانون:** که یو عدد تر جذر لاندې وي کولای شو هغه د طاقت په شکل ولیکو.کله چې لیکو نو د جذر دننه قاعده لیکو او په توان کې کسری خط لیکو، د کسری خط په صورت کې د قاعدی توان لیکو او مخرج کې مجذور لیکو.

$$\begin{cases} i) & \boxed{\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}} \\ ii) & \boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}} \end{cases}$$

$$Ex\begin{cases} i) & \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{2/3} \\ ii) & \sqrt[5]{-3} = -\sqrt[5]{3} = -3^{1/5} \\ iii) & \sqrt[3]{-9} = -\sqrt[3]{3^2} = -3^{2/3} \end{cases}$$

2) قانون: که n او m عددونه تاق وي.

$$i) \quad \boxed{\left[\sqrt[n]{a}\right]^m = \sqrt[n]{a^m}}$$

$$ii) \quad \left(\sqrt[3]{-2}\right)^3 = \sqrt[3]{-2^3} = (-2)^{\frac{3}{3}} = -2$$

3) قانون: که په جذر کې د دننه عدد توان جفت وو، د جذر څخه چې کله باسو نو بايد مطلقه قيمت کې ونيسو شي، که تاق وو بيا يې مطلقه کې نه نيسو.

- ➢ که n يو تاق عدد وی. $\sqrt[n]{a^n} \Rightarrow a$
- ➢ که n يو جفت عدد وی. $\sqrt[n]{a^n} \Rightarrow |a|$

لومړی مثال:

$$Ex\begin{cases} 1) & \sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2)^3} = -2 \\ 2) & \sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3 \\ 3) & \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2 \\ 4) & \sqrt{-4} = \sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2 \\ 5) & \sqrt[4]{(-2)^4} = |-2| = 2 \end{cases}$$

دويم مثال: $\dfrac{\sqrt[4]{(-4)^2} - \sqrt[3]{(-2)^3}}{\sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{-1}}$ محاسبه يې کړئ.

حل:

$$\frac{\sqrt[4]{(-4)^2}-\sqrt[3]{(-2)^3}}{\sqrt[3]{27}-\sqrt[5]{-1}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{\sqrt[4]{16}-(-2)}{3-(-1)} \\ \Rightarrow \dfrac{\sqrt[4]{2^4}+2}{3+1} \\ \Rightarrow \dfrac{2+2}{4}=\dfrac{4}{4}=\underline{\underline{1}} \end{cases}$$

دريم مثال: نتيجه $\left(\sqrt{0.25}+\sqrt{0.09}-\sqrt[3]{0.001}\right)$ يې لاسته راوړئ.

حل: لومړی طريقه

$$\sqrt{0.25}+\sqrt{0.09}-\sqrt[3]{0.001} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{(0.5)^2}+\sqrt{(0.3)^2}-\sqrt[3]{(0.1)^3} \\ \Rightarrow 0.5+0.3-0.1 \\ \Rightarrow 0.8-0.1=\underline{\underline{0.7}} \end{cases}$$

حل: دوهمه طريقه

$$\sqrt{0.25}+\sqrt{0.09}-\sqrt[3]{0.001} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{25}{100}}+\sqrt{\dfrac{9}{100}}-\sqrt[3]{\dfrac{1}{1000}} \\ \Rightarrow \sqrt{\left(\dfrac{5}{10}\right)^2}+\sqrt{\left(\dfrac{3}{10}\right)^2}-\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{10}\right)^3} \\ \Rightarrow \dfrac{5}{10}+\dfrac{3}{10}-\dfrac{1}{10}=\dfrac{7}{10}=\underline{\underline{0.7}} \end{cases}$$

4) **قانون:** که يو عدد د جذر څخه بهر وي، او وغواړو چې جذر ته دننه کړو، نوموړی عدد به د جذر په جذرنما پورته کوو او په جذر کې به دننه ليکو.

$$\boxed{\frac{a}{b}\sqrt[n]{c}=\sqrt[n]{\frac{a^n}{b^n}\cdot c}}$$

لومړی مثال: دا $3\cdot\sqrt[3]{\dfrac{1}{27}}$ حسابی افاده محاسبه کړئ.

حل:

$$3\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{27}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 3\cdot\sqrt[3]{\frac{1^3}{3^3}}\\ \Rightarrow \cancel{3}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}=\underline{\underline{1}}\end{cases}$$

دويم مثال: دا $-xy\sqrt{\frac{1}{xy}}$ عمليه محاسبه کړئ.

حل:

$$-xy\sqrt{\frac{1}{xy}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow -\sqrt{\frac{x^2y^2}{xy}}\\ \Rightarrow \underline{\underline{-\sqrt{xy}}}\end{cases}$$

5) **قانون:** که مجذور او تر جذر لاندې عدد توانونه په يو شان عدد کې ضرب يا تقسيم کړل شي په عمليه کې تغير نه راځئ.

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[n\cdot r]{a^{m\cdot r}}=\sqrt[n/r]{a^{m/r}}}$$

مثال:

$$Ex\begin{cases}1\rightarrow\sqrt[3]{2}=\sqrt[3\cdot2]{2^{1\cdot2}}=\sqrt[6]{4}\\ 2\rightarrow\sqrt[15]{32}=\sqrt[15]{2^5}=2^{\frac{5}{15}}=2^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2}\\ 3\rightarrow\sqrt[12]{(-2)^4}=\sqrt[12/4]{(-2)^{4/4}}=\sqrt[3]{|-2|}=\sqrt[3]{2}\neq\sqrt[3]{-2}\end{cases}$$

6) **قانون:** که چېرې مجذور او تر جذر لاندې عددونه د جمع او تفريق په حالت کې په داسې حال چې مجذور او تر جذر لاندې عددونه په ټولو حدونو کې سره مساوي وی، نو کولای شو چې د جذر څخه يو ونيسو او هغه ورسره د ضرب په حالت کې عددونه جمع او تفريق کړو.

$$\boxed{x\cdot\sqrt[n]{a}+y\sqrt[n]{a}-z\sqrt[n]{a}=(x+y-z)\sqrt[n]{a}}$$

لومړی مثال: دا $\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{-192}$ آفاده محاسبه کړئ.

حل:

$$\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{-192}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\sqrt[3]{3\cdot3^3}+\sqrt[3]{3\cdot2^3}-\sqrt[3]{3\cdot4^3}\\ \Rightarrow 3\cdot\sqrt[3]{3}+2\cdot\sqrt[3]{3}-4\cdot\sqrt[3]{3}\\ \Rightarrow(3+2-4)\sqrt[3]{3}\\ \Rightarrow\underline{\underline{\sqrt[3]{3}}}\end{cases}$$

دويم مثال: دا $\frac{\sqrt{14.4}+\sqrt{0.9}}{\sqrt{3.6}-\sqrt{0.1}}$ کسر محاسبه کړئ.

حل:

$$\frac{\sqrt{14.4}+\sqrt{0.9}}{\sqrt{3.6}-\sqrt{0.1}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{\frac{144}{10}}+\sqrt{\frac{9}{10}}}{\sqrt{\frac{36}{10}}-\sqrt{\frac{1}{10}}}\\ \Rightarrow\dfrac{\frac{12}{\sqrt{10}}+\frac{3}{\sqrt{10}}}{\frac{6}{\sqrt{10}}-\frac{1}{\sqrt{10}}}\\ \Rightarrow\dfrac{\frac{12+3}{\sqrt{10}}}{\frac{6-1}{\sqrt{10}}}\\ \Rightarrow\dfrac{\frac{15}{\sqrt{10}}}{\frac{5}{\sqrt{10}}}\\ \Rightarrow\frac{15}{\sqrt{10}}\cdot\frac{\sqrt{10}}{5}\\ \Rightarrow\underline{\underline{3}}\end{cases}$$

7) **قانون:** که چېرې دوه یا څو جذرونه داسي د ضرب او یا تقسیم په حالت کې وي چې مجذرونه یې سره مساوي او قاعدي یې مختلفې وي، نو ټولې قاعدي تر یوه جذرنما لاندي لیکو که ضرب حالت وو ضرب وو یې، او که تقسیم حالت وو تقسیم کوو یې.

$$i) \to \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$$
$$ii) \to \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

مثال: دا $\frac{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{6}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{4\cdot 9}{6}} \\ \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{36}{6}} \\ \Rightarrow \sqrt[3]{6} \end{cases}$$

دویم مثال: $\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt{x^3y}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sqrt{xy^3}}{\sqrt{x^3y}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{xy^3}{x^3y}} \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{y^2}{x^2}} \\ \Rightarrow \frac{y}{x} \end{cases}$$

یادونه: کوم وخت چې د جذر مجذور نه وي سره مساوي، لومړی به مجذورونه مساوي کوو وروسته به ساده کوو.

دریم مثال: دا $\frac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sqrt[4]{8}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{\sqrt[4\cdot 3]{8^3}\cdot\sqrt[3\cdot 4]{4^4}}{\sqrt[2\cdot 6]{2^6}} \\ \Rightarrow \dfrac{\sqrt[12]{8^3}\cdot\sqrt[12]{4^4}}{\sqrt[12]{2^6}} \\ \Rightarrow \sqrt[12]{\dfrac{8^3\cdot 4^4}{2^6}} \\ \Rightarrow \sqrt[12]{\dfrac{2^9\cdot 2^8}{2^6}} \\ \Rightarrow \sqrt[12]{\dfrac{2^{17}}{2^6}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\sqrt[12]{2^{11}}}} \end{cases}$$

د جذرونو د مخرج ناطق (گویا) کول

په دې عملیه کې د مخرج څخه جذر رفع کېږي چې په نتیجه کې مخرجونه غیرې جذری یا ناطق کېږي.

الف): څه وخت چې $(n>m)$ او $b\neq 0$ وي، د مخرج د گویا کولو لپاره که داسې $\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$ شکل یې درلوده په دې وخت کې یې مخرج دې $\sqrt[n]{b^{n-m}}$ شکل ته اوړي او صورت او مخرج دواړو کې ضربېږي.

$$\begin{cases} i)\rightarrow \dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \dfrac{a\cdot\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^m}\cdot\sqrt[n]{b^{n-m}}} = \dfrac{a\cdot\sqrt[n]{b^{n-m}}}{b} \\ ii)\rightarrow \dfrac{a}{\sqrt{b}} = \dfrac{a\cdot\sqrt{b}}{\sqrt{b}\cdot\sqrt{b}} = \dfrac{a\cdot\sqrt{b}}{b} \\ iii)\rightarrow \dfrac{a}{\sqrt{a}} = \dfrac{a\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}} = \dfrac{\not{a}\cdot\sqrt{a}}{\not{a}} = \sqrt{a} \end{cases}$$

لومړی مثال: ددې $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ کسر مخرجونه گویا کړئ.

حل:

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\dfrac{3\cdot\sqrt{2}}{2}}} \end{cases}$$

دويم مثال: د دې $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$ کسر مخرج ناطق کړئ.

حل:

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{4\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{2^2}} \\ \Rightarrow \dfrac{4\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3}} \\ \Rightarrow \dfrac{\not{4}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\not{2}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{2\cdot\sqrt[3]{2^2}}} \end{cases}$$

دريم مثال: دا $\frac{6}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}}$ کسر ناطق کړئ.

حل:

$$\frac{6}{\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{6\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\left(\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}\right)} \\ \Rightarrow \dfrac{6\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt{3^2}\cdot\sqrt[3]{2^3}} \\ \Rightarrow \dfrac{6\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{3\cdot 2} \\ \Rightarrow \dfrac{\not{6}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2}}{\not{6}} \\ \Rightarrow \sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{2^2} \\ \Rightarrow \sqrt[6]{3^3\cdot 2^2} = \underline{\underline{\sqrt[6]{108}}} \end{cases}$$

ب): هغه چې مخرجونه يې په داسي $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ شکل وي، چې ددې ډول جذرو مزدوج عبارت دې له $\sqrt{a}\mp\sqrt{b}$: چې دا مزدوج به په صورت او مخرج کې د علامې په تغير ضربيږي.

$$\begin{cases} i) & \dfrac{x}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{x\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)} = \dfrac{x\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{a-b} \\ ii) & \dfrac{x}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{x\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)} = \dfrac{x\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a-b} \end{cases}$$

مثال: دا $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ کسر ناطق کړئ.

حل:

$$\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}+\dfrac{1\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)} \\ \Rightarrow \dfrac{3\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{5-2}+\dfrac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{3-2} \\ \Rightarrow \dfrac{\cancel{3}\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)}{\cancel{3}}+\dfrac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}{1} \\ \Rightarrow \sqrt{5}-\cancel{\sqrt{2}}+\sqrt{3}+\cancel{\sqrt{2}} = \underline{\underline{\sqrt{5}+\sqrt{3}}} \end{cases}$$

جذرالجذر

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n\cdot m]{a}}$$

لومړی مثال: جذرالجذر $\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}}$ ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{8}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[\cancel{3}\cdot 4]{2^{\cancel{3}}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\sqrt[4]{2}}} \end{cases}$$

دویم مثال: جذرالجذر $\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{\dfrac{1}{3}}}$ ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt{3\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{3}}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\sqrt[2\cdot 3]{\frac{1\cdot 3^3}{3}}\\ \Rightarrow\sqrt[6]{3^2}\\ \Rightarrow\underline{\underline{\sqrt[3]{3}}}\end{cases}$$

دريم مثال: جذرالجذر $\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a^a\cdot\sqrt{a}}}$ په ساده شکل وليکئ.

حل:

$$\sqrt{a\cdot\sqrt[3]{a^2\cdot\sqrt{a}}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\sqrt[2\cdot 3\cdot 2]{a^{1\cdot 3\cdot 2}\times a^{2\cdot 2}\times a}\\ \Rightarrow\sqrt[12]{a^6\times a^4\times a}\\ \Rightarrow\underline{\underline{\sqrt[12]{a^{11}}}}\end{cases}$$

8) **قانون:** د تکميل مربع په حالت کې.

که $y=a-b$ او $x=a+b$ او $a>b$ وي، په دې حالت کې لرو:

$$\begin{cases}1)\rightarrow\quad\sqrt{x+2\sqrt{y}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}\\ 2)\rightarrow\quad\sqrt{x-2\sqrt{y}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}\\ 3)\rightarrow\quad\sqrt{(m+n)\pm\sqrt{m\cdot n}}=\sqrt{m}\pm\sqrt{n}\\ 4)\rightarrow\quad\sqrt{a\pm\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}\pm\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}\end{cases}$$

لومړی مثال: دا $?=\sqrt{7-\sqrt{48}}$ آفاده مساوي کېږي له؟

حل:

$$\sqrt{7-\sqrt{48}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{\dfrac{7+\sqrt{7^2-48}}{2}} - \sqrt{\dfrac{7-\sqrt{7^2-48}}{2}} \\ \Rightarrow \sqrt{\dfrac{7+\sqrt{49-48}}{2}} - \sqrt{\dfrac{7-\sqrt{49-48}}{2}} \\ \Rightarrow \sqrt{\dfrac{8}{2}} - \sqrt{\dfrac{6}{2}} \\ \Rightarrow \sqrt{4}-\sqrt{3} = \underline{\underline{2-\sqrt{3}}} \end{cases}$$

دويم مثال: دا ؟ = $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{(2+1)+2\sqrt{2\cdot 1}} \\ \Rightarrow \sqrt{2}+\sqrt{1} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\sqrt{2}+1}} \end{cases}$$

دريم مثال: دا ؟ = $\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ آفاده مساوي کېږي له ؟

حل:

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3\cdot 2}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\sqrt{3}-\sqrt{2}}} \end{cases}$$

9) **قانون:** کله چې بې شمېره جذرونه وي او د ټولو قاعدي سره مساوي وي.د قاعدو څخه يوه قاعده او د مجذور څخه يو منفی کوو.

$$\begin{cases} 1) \rightarrow \quad \sqrt[n]{a\cdot\sqrt[n]{a\cdot\sqrt[n]{a}}} = \sqrt[n-1]{a} \\ 2) \rightarrow \quad \sqrt[n]{a\mp\sqrt[n]{a\pm\ldots}} = \begin{cases} n+1 & ,\ (+) \\ n & ,\ (-) \end{cases} \end{cases}$$

لومړی مثال: دا ؟ = $\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[4]{8\ldots}}}$ جذری آفاده مساوي کېږئ له:

حل:

$$\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[4]{8\cdot\sqrt[4]{8\ldots}}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[4-1]{8} \\ \Rightarrow \sqrt[3]{2^3} \\ \Rightarrow \underline{\underline{2}} \end{cases}$$

دويم مثال: دا؟ $= \sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\ldots}}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\cdot\sqrt[3]{5\ldots}}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[3-1]{5} \\ \Rightarrow \sqrt[2]{5} = \underline{\underline{\sqrt{5}}} \end{cases}$$

10) قانون: که بې شمېره جذرونه د تقسيم په حالت کې وي چې مجذورونه او قاعدي يې سره مساوي وي، په دې حالت کې به د قاعدو شخه يوه قاعده ليکو او مجذور سره به يو عدد جمع کوو.

$$\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a:\sqrt[n]{a:\ldots}}} = \sqrt[n+1]{a}$$

لومړی مثال: $? = \sqrt[3]{16:\sqrt[3]{16:\sqrt[3]{16:\ldots}}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt[3]{16:\sqrt[3]{16:\sqrt[3]{16:\ldots}}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[3+1]{16} \\ \Rightarrow \sqrt[4]{2^4} \\ \Rightarrow \underline{\underline{2}} \end{cases}$$

دويم مثال: $? = \sqrt{3:\sqrt{3:\sqrt{3:\ldots}}}$ جذری آفاده مساوي کېږي له ؟

حل:

$$\sqrt{3:\sqrt{3:\sqrt{3:\ldots}}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \sqrt[2+1]{3} \\ \Rightarrow \underline{\underline{\sqrt[3]{3}}} \end{cases}$$

دريم مثال: دا ؟ $= \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}$ جذری آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}=x\\ \Rightarrow\sqrt{2+x}=x\quad,\Rightarrow\left(\sqrt{2+x}\right)^2=x^2\\ \Rightarrow x+2=x^2\\ \Rightarrow x^2+x+2=0\\ \Rightarrow(x-2)(x+1)=0\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=2}}\qquad,\ x\neq-1\end{cases}$$

خلورم مثال: که دا آفاده $\sqrt{y\sqrt{y\sqrt{y\cdot\ldots}}}=9$ ، $\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}=5$ وي، د $(x\cdot y)$ قیمتونه یې څو دي؟

حل:

$$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\ldots}}}=5\Rightarrow\begin{cases}5\cdot4=20\\ x=5\cdot4=\underline{\underline{20}}\end{cases}\qquad\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow x=20\\ \Rightarrow y=9\\ \Rightarrow x\cdot y=20\cdot9\\ \Rightarrow x\cdot y=\underline{\underline{180}}\end{cases}$$

$$\sqrt{y\sqrt{y\sqrt{y\cdot\ldots}}}=9\Rightarrow y=\underline{\underline{9}}$$

پنځم مثال: دا ? $=\sqrt[3]{5+\sqrt{4+\sqrt{30-\sqrt{30-\ldots}}}}$ جذري آفاده ساده کړئ.

حل:

$$\sqrt[3]{5+\sqrt{4+\sqrt{30-\sqrt{30-\ldots}}}}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{30-\sqrt{30-\ldots}}\quad,\ a_1=5\quad a_2\neq-6\\ \sqrt[3]{5+\sqrt{4+5}}=\sqrt[3]{5+3}=\sqrt[3]{8}=\sqrt[3]{2^3}=\underline{\underline{2}}\end{cases}$$

11)قانون : که چیري جذرونه د ضرب په حالت کې وي، جذرنماوي یې مساوي او مجذرونه یې هم سره مساوي وی.په داسي حالت کې د جذرنماوو څخه یوه جذرنما نیسو او د مجذور څخه یو مجذور نیسو او توانونه یې سره جمع کوو.

$$\sqrt[n]{a^m}\times\sqrt[n]{a^p}=\sqrt[n]{a^{m+p}}$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow\quad\sqrt[5]{18^4}\times\sqrt[5]{18^6}=\sqrt[5]{18^{4+6}}=\underline{\underline{\sqrt[5]{18^{10}}}}\\ 2)\rightarrow\quad\sqrt[4]{16^{12}}\cdot\sqrt[4]{16^4}=\sqrt[4]{(16)^{12+4}}=\sqrt[4]{(16)^{16}}=\sqrt[4]{\left((16)^4\right)^4}=\underline{\underline{(16)^4}}\end{cases}$$

12)قانون: که چیري مساوي مجذورونه تر مختلفو جذرونو لاندي وی، د مساوی مجذور څخه یو مجذور لیکو.د دویم جذر جذرنما دلومړی مجذر په توان کې ضرب و.او د لومړی جذر جذرنما د دویم جذر د مجذور په توان

کې ضرب وو.او د جذر څخه يو جذر نيسو.او مختلفې جذرنماوی سره ضرب وو، د هغه جذر جذرنما يي گرځوو.

$$\sqrt[n]{a^p} \times \sqrt[m]{a^s} = \sqrt[n\times m]{a^{m\times p+n\times s}}$$

$$Ex\begin{cases} 1) \to \quad \sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[4]{3^5} = \sqrt[3\times 4]{3^{4\times 2+3\times 5}} = \sqrt[12]{3^{8+15}} = \underline{\underline{\sqrt[12]{3^{23}}}} \\ 2) \to \quad \sqrt[4]{9^3} \cdot \sqrt[5]{9^6} = \sqrt[4\cdot 5]{9^{5\cdot 3+4\cdot 6}} = \sqrt[20]{9^{15+24}} = \underline{\underline{\sqrt[20]{9^{39}}}} \end{cases}$$

13)قانون: کـه چېـري د تقسـيم پـه حالـت کـې مسـاوي مجذورونـه تـر مسـاوي جـذرنماوو لانـدي وي پـه لاندې ډول سره يي ساده کوو.

- دمجذورو څخه يو مجذور ليکو.
- د جذرونو څخه يو جذر ليکو.
- د جذرنماوو څخه يوه جذرنما ليکو.
- د صورت د مجذور د توان څخه د مخرج د مجذور توان منفي کوو.

$$\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$$

$$Ex\begin{cases} 1) \to \quad \dfrac{\sqrt[5]{12^{25}}}{\sqrt[5]{12^{18}}} = \sqrt[5]{12^{25-18}} = \underline{\underline{\sqrt[5]{12^7}}} \\ 2) \to \quad \dfrac{\sqrt[4]{8^5}}{\sqrt[4]{8^3}} = \sqrt[4]{8^{5-3}} = \sqrt[\cancel{4}]{8^{\cancel{2}}} = \underline{\underline{\sqrt[2]{8}}} \end{cases}$$

14)قانون: که چېرئ د تقسيم په حالت کې مساوي مجذورونه تر مختلفو جذرنماوو لاندي وی.د ساده کولو طريقه يې په لاندی ډول ده.

- دمجذور څخه يو مجذور نيسو.
- ددويم جذر جذرنما دلومړی مجذور په توان کې ضرب او ورڅخه منفی کوو دلومړی جذر جذرنما ددويم جذر دمجذور په توان کې ضرب .
- دجذرونو څخه يو جذر نيسو.جذرنماوی سره ضرب وو.

$$\frac{\sqrt[n]{a^p}}{\sqrt[m]{a^b}}=\sqrt[n\times m]{a^{p\times m-b\times n}}$$

$$Ex\begin{cases}1)\rightarrow & \dfrac{\sqrt[5]{15^{22}}}{\sqrt[3]{15^{12}}}=\sqrt[5\times3]{15^{22\times3-12\times5}}=\sqrt[15]{15^{66-60}}=\underline{\underline{\sqrt[15]{15^{6}}}}\\ 2)\rightarrow & \dfrac{\sqrt[4]{20^{5}}}{\sqrt[3]{20^{2}}}=\sqrt[4\cdot3]{20^{5\cdot3-4\cdot2}}=\sqrt[12]{20^{15-8}}=\underline{\underline{\sqrt[12]{20^{7}}}}\end{cases}$$

دعدد ليکلو علمې طريقه

دا د عدد ليکلو يوه لنډه طريقه ده، په دې طريقه کې يو عدد په دوه برخو ويشل کېږي، چې دواړه برخې يو په بل کې د ضرب په ډول ليکل کېږي چې لومړۍ برخه يې يو داسې عدد دی چې له يوه سره مساوي او يا تر ېلوی او د۱۰ څخه کوچنی وی خو دوهمه برخه يې د ۱۰ يو طاقت وی د عدد ليکلو دې لنډې طريقې ته د عدد د ليکلو علمې طريقه وايې.

يادونه: هغه عدد چې راکړل شويدی پوره عدد يې يوه خانه ليکو او هغه نور صرف نظر نيسو. هغه اعشاری چې موږ صرف نظر کړي وی، د يوي اعشارې وروسته هغه د ضرب په حالت کې د ۱۰ په قاعده ليکو.

که موږ ښي خواته حرکت کړي وی. د هغه اعشاريو په تعداد به منفی توانونه ورکوو. او برعکس که کيڼې خواته مو حرکت کړي وو.نو بيا مثبت توانونه ورکوو.

لکه: د 9600000 عدد د عدد ليکلو په علمې طريقه وليکئ.

$$9600000=9.6\times1000000=9.6\times10^{6}$$

دځمکې فاصله د لمر څخه په اوسط ډول 149600000 ده غواړو دغه عدد په علمې طريقه وليکو.

$$1\underbrace{49600000}_{8}=1.4\times100000000=1.4\times10^{8}$$

دا 2384000000000 عدد د عدد ليکلو په علمې طريقه وليکئ.

$$2.3\times1\underbrace{000000000000}_{12}=2.3\times10^{12}$$

دا 0.0000435678 عدد د عدد ليکلو په علمې طريقه وليکئ.

$$0.0000435678=7.8\times10^{-9}$$

یادونه: د توان منفی والی د کوچنیوالی په معنا دی د عدد د منفی والی په معنا نه دی.

په مختلفو قاعدو باندې د عددونو سیستمونه

هغه عددونه چې موږ یې په ورځنی ژوند کې استعمالوو د 10 په قاعده باندې د عددونو سیستم دی، ځکه چې که (5869) په 10 باندې په مسلسله توګه وویشو او باقي یې د تقسیم د عملیې مخې ته د لوږ ښخه کښته خواته ولیکو او بیا د باقیانو د ستون رقمونه په یوه افقي کرښه کې داسې ولیکو چې د ستون د سر رقم د کرښې په سر کې راشي او نور رقمونه په ترتیب سره ورپسې ولیکل شي بېرته (5869) په لاس راځي نو که د ورځنی ژوند د مستعمل عددونو قاعده 10 نه وایې نو بل عدد په لاس راتلو.

$$\left.\begin{array}{r|ll} 10 & 5869 & \downarrow \\ 10 & 586 & 9 \\ 10 & 58 & 6 \\ 10 & 5 & 8 \\ & 0 & 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{5869 = 5869}}$$

$(5,8,6,9)$ عدد په لاس راغلی، نو (5869) عدد د 10 په قاعده یو عدد دی.

کولای شو چې په مختلفو قاعدو باندې د عددونو سیستم جوړ کړو خو د 10 قاعدې نه پرته نورې مشهورې قاعدې د 2 قاعده ده او د 5 قاعده ده، چې په کمپیوټری معایناتو کې استعمالېږي، که وغواړو چې د لسو د قاعدې ښخه یو عدد د دوو قاعدې ته تبدیل کړو د عدد لاندې افقي خط کشوو او کینې خواته یې عمودی خط رسموو بیا عدد په دوو ویشو خارج قسمت د افقی خط لاندې لیکو او باقی یې د تقسیم د عملیې په مقابل کې د پاس نه کښته خواته لیکو بیا د باقیانو د ستون عددونه په یوه افقی کرښه کې داسی لیکو چې د ستون لومړی رقم یې د کرښې په سر کې راشی په لاس راغلی عدد د دوو په قاعده باندې یو عدد دی.

مثال: (27) عدد د 10 په قاعده یو عدد دی د 2 قاعدې ته یې تبدیل کړئ.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 27 & \downarrow \\ 2 & 13 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 \end{array}$$

په نتيجه کې لرو: $(11011)_2=(27)_{10}$

د 2 په قاعده باندې د عددونو د سيستم اساسی رقمونه دوه دی چې عبارت له يوه (1) او صفر (0) څخه دی.

د (10) د قاعدې تبديلول د (5) قاعدې ته

راکړل شوی عدد په مسلسله توګه په (5) ويشو او باقی يې د تقسيم د عمليې په مقابل کې د پاس نه کښته خوا ته ليکو د عمليې په آخر کې د باقی د ستون عددونه په يوه افقي کرښه کې ليکو داسی چې د ستون لومړی رقم د کرښې په سر کې راشي او نور رقمونه په ترتيب سره ورپسې شي.

مثال: د 67 د 10 قاعدې څخه د (5) قاعدې ته تبديل کړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|ll} 5 & 67 & \downarrow \\ 5 & 13 & 2 \\ 5 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \end{array} \qquad \Rightarrow 67_{10}=232_5$$

د (5) په قاعده باندې اساسی رقمونه (5) دی چې عبارت له $(0,1,2,3,4)$ څخه دی.

د 2 د قاعدې څخه د 10 قاعدې ته د يو عدد تبديلول

د 2 د قاعدې د عدد رقمونه د 2 په مختلفو طاقتونو کې داسې ضرب وو چې لومړی رقم په 2^0 کې دويم رقم په 2^1 کې دريم رقم په 2^2 کې... په همدې ترتيب تر آخره پورې ضرب وو، د ضرب دغه حاصل سره جمع کوو د 10 په قاعدې باندې يو عدد په لاس راکوي.

مثال: $(111011)_2$ د 2 د قاعدې څخه د 10 قاعدې ته تبديل کړئ.

حل:

$$(111011)_2=(?)_{10}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 1\cdot 2^5+1\cdot 2^4+1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+1\cdot 2^1+1\cdot 2^0\\ \Rightarrow 1\cdot 32+1\cdot 16+1\cdot 8+0\cdot 4+1\cdot 2+1\cdot 1\\ \Rightarrow 32+16+8+0+2+1\\ \Rightarrow \underline{59}\end{cases}\qquad\Rightarrow\boxed{(111011)_2=(59)_{10}}$$

د (5) د قاعدې څخه د (10) قاعدې ته د يو عدد تبديلول

د راکړ شوې عدد لومړی رقم په 5^0 کې دويم رقم په 5^1 کې په همدې ترتيب سره تر آخره ضرب وو، په آخر کې د ضرب حاصل سره جمع کوو، د (10) په قاعده يو عدد په لاس راکوئ.

مثال: د $(3231)_5$ عدد د (10) قاعدې ته تبديل کړئ.

حل:

$$(3231)_5 = (?)_{10} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 3\cdot 5^3 + 2\cdot 5^2 + 3\cdot 5^1 + 1\cdot 5^0 \\ \Rightarrow 3\cdot 125 + 2\cdot 25 + 3\cdot 5 + 1\cdot 1 \\ \Rightarrow 375 + 50 + 15 + 1 \\ \Rightarrow \underline{\underline{441}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{(3231)_5 = (441)_{10}}$$

يادونه: د (2) د قاعدې څخه د (5) قاعدې ته او همدا ډول د (5) د قاعدې څخه د (2) قاعدې ته د عدد د بدلولو لپاره کومه مستقيمه طريقه نشته، خو که وغواړو چې د (2) د قاعدې څخه د (5) قاعدې ته يو عدد واړوو نو لومړی يې د (2) قاعدې څخه د (10) قاعدې ته او بيا يې د (10) قاعدې نه د (5) قاعدې ته تبديله وو.

د (5) قاعدې څخه د (2) قاعدې ته ديو عدد اړول هم په همدې ډول کيږي.

دریم فصل

کسـرونه

کسر په لغات کې ماتولو ته وايي.او په اصطلاح کې یو شی په څو برخو ویشل او د هغه څخه یوه یا څو برخې واخیستل شي، دې عملیې ته کسر وايي.

- **کسر پر دوه ډوله دی.**

A ـ عام کسر

B ـ اعشار کسر

عام کسر

هغه کسر دی چې په مخرج کې ...10,100,1000,10000 نه وی.او یا که یو واحد پر څو مساوي برخو وویشو او د هغه څخه یوه یا څو برخې راواخلو او د یوه نسبت په واسطه یې وښیو عام کسر بلل کېږي.

او یا په بل عبارت: که a او b تام عددونه وي او $(b \neq 0)$ وي، نو $\frac{a}{b}$ افاده عبارت له عام کسر څخه ده. چې a ته صورت او b ته مخرج وايي.

$$\frac{a \leftarrow \text{صورت}}{b \leftarrow \text{مخرج}} \rightarrow \text{کسری خط}$$

مثال:

$$\left\{\frac{a}{b} \quad , \quad \frac{2}{5} \quad , \quad \frac{9}{16} \quad , \quad \frac{4}{6}, \ldots\right\}$$

د عام کسر ډولونه: عام کسر پر دوه ډوله دی.واقعی کسر او غیرواقعی کسر.

واقعی کسر: هغه کسر دی چې صورت یې د مخرج څخه کوچنی وی.

$$Ex\left\{\frac{2}{5} \quad , \quad \frac{12}{25} \quad , \quad \frac{65}{78}, \ldots\right\}$$

غیرواقعی کسر: هغه کسر دی چې صورت یې تر مخرج لوی وی.او یا صورت او مخرج یې دواړه سره مساوي وی او یا د یوه صحیح عدد او یوه واقعی کسر څخه جوړ شوي وي.

$$Ex\left\{\frac{7}{6} \quad , \quad \frac{12}{5} \quad , \quad \frac{41}{41} \quad , \quad 2\frac{2}{3},...\right\}$$

د غـــیر واقـعی کـــسر تـبدیلول په واقــعی کسر باندی(تصحیح)

کله چې وغواړو چې غیرواقعی کسر په واقعی کسر تبدیل کړو لومړی هغه تقسیم کوو.خارج قسمت یې په صحیحی عددونو کې لیکو باقي یې په صورت کې لیکو او مقسوم علیه یې په مخرج کې لیکو.

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ -\ \vdots & c \\ \hline d & \end{array} \quad \Rightarrow c\frac{d}{b}$$

لومړی مثال: $\frac{20}{3}$ عدد چې غیرواقعی دی په واقعی یې تبدیل کړئ.

حل:

$$\frac{20}{3} \Rightarrow \begin{array}{r|l} 20 & 3 \\ -18 & 6 \\ \hline 2 & \end{array} \quad \Rightarrow 6\frac{2}{3}$$

دویم مثال: $\frac{33}{5}$ عدد تصحیح کړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 5 \\ -\ 30 & 6 \\ \hline 3 & \end{array} \quad \Rightarrow 6\frac{3}{5}$$

د صحیح عدد لرونکې کسر تبـدیـلول په غـیرواقـعی کـسر باندی(غیرواجب عملیه)

د یو کسر مخرج په صحیحی عدد کې ضرب وو، او وروسته صورت ورسره جمع کوو.او بیا یې هم پر هغه مخرج لیکو.

$$c\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{c \cdot b + a}{b}$$

لومړی مثال: $6\frac{2}{3}$ عدد غیرواجب کړئ.

حل:

$$6\frac{2}{3}=\frac{3\times 6+2}{3}\Rightarrow \underline{\underline{\frac{20}{3}}}$$

دويم مثال: $5\frac{3}{5}$ عدد غيرواجب کړئ.

حل:

$$5\frac{3}{5}=\frac{5\cdot 5+3}{5}=\frac{25+3}{5}=\underline{\underline{\frac{28}{5}}}$$

د کسر اختصارول يا ساده کول

يو کسر هغه وخت اختصارېږي کله چې صورت او مخرج يې يو عدد ته د ويش قابليت ولرى.

لومړى مثال: $\frac{4}{6}$ عدد اختصار کړئ.

حل: څنگه چې 4 او 6 عددونه دواړه پر 2 باندې د تقسيم قابليت لري، نو دواړه پر 2 باندې ويشو.

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2}{3}$$

- 2 او 3 هغه عددونه دي چې په يوه وخت کې پر يوه عدد د تقسيم قابليت نه لرى، نو کسر پر همدې ځاى پرېږدو.

دويم مثال: $\frac{60}{105}$ عدد اختصار کړئ.

حل: څنگه چې صورت او مخرج دواړه پر 3 باندې د تقسيم قابليت لري، نو دواړه پر 3 باندې ويشو.

$$\frac{\overset{20}{\cancel{60}}}{\underset{35}{\cancel{105}}}$$

اوس که وگورو 20 او 35 پر 5 باندې د ويش قابليت لري، نو کسر پر 5 باندې ويشو.

$$\frac{\cancel{20}^{\,4}}{\cancel{35}_{\,7}}$$

دریم مثال: $\frac{120}{240}$ او $\frac{25}{50}$ کسرونه تر اخیره اختصار کړئ.

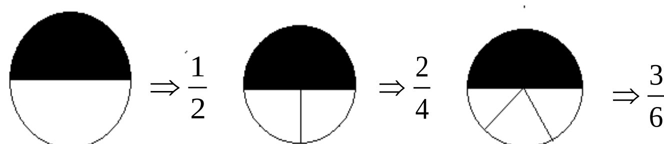
حل:

$$a \rightarrow \frac{\cancel{120}}{\cancel{240}} = \frac{1}{2} \qquad (120 \to 60 \to 30 \to 15 \to 5 \to 1;\ 240 \to 120 \to 60 \to 30 \to 10 \to 2)$$

$$b \rightarrow \frac{\cancel{25}}{\cancel{50}} = \frac{1}{2} \qquad (25 \to 5 \to 1;\ 50 \to 10 \to 2)$$

معادل کسرونه

هغه کسرونو ته وایې چې یو رقم مقدار د یو شی وښیې. او یا هغه کسرونه چې عددې قیمتونه یې سره یو شي او شکلونه یې سره فرق ولري.که لاندې دایرو ته ځیر شو نو همدا تعریف بیان وي، یو ډول دایرې دې مگر ویشل شوي په مختلفو برخو دي.



$$\frac{1}{2}\equiv\frac{2}{4}\equiv\frac{3}{6}$$

➢ که د یو کسر معادل کسرونه پیدا کوو:د کسر صورت او مخرج په یوه مساوی عدد کې ضرب یا تقسیم شی د نوموړی کسر معادل کسرونه لاسته راځی.

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot k}{b\cdot k}=\frac{a:k}{b:k} \qquad , \qquad k\neq 0$$

معادل کـــــسرونه منځته راوړل

د $\left(\frac{1}{2},\frac{4}{9},\frac{12}{18},\frac{25}{45},\frac{22}{44}\right)$ عددونو معادل کسرونه پیدا کړئ.

$$Ex\begin{cases}1) & \frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{2\times 2}=\frac{2}{\underline{\underline{4}}}\\ 2) & \frac{4}{9}=\frac{4\times 3}{9\times 3}=\frac{12}{\underline{\underline{27}}}\\ 3) & \frac{12}{18}=\frac{12\div 6}{18\div 6}=\frac{2}{\underline{\underline{3}}}\\ 4) & \frac{25}{45}=\frac{25\div 5}{45\div 5}=\frac{5}{\underline{\underline{9}}}\\ 5) & \frac{22}{44}=\frac{22\div 2}{44\div 2}=\frac{11}{\underline{\underline{22}}}\end{cases}$$

یادونه: د هر کسر معادل کسرونه بې نهایت زیات دي، نو دا لوړ معادل کسرونه یې ساده نمونې دي.

د معادل کسرونو مقایسه یا پرتله کول

دمعادل کسرونو مقایسه کول په دری طریقو کېږي.

لـومړی طریقـه: کـه چېـري دوه یـا څـو کسـرونو وي چـې هغـو کسـرونو صـورتونه یوشـان یـا سره مسـاوی وی.او مخرجونه یې سره مختلف وي تر ټولو لوی کسر هغه دی چې مخرج یې کوچنی وی.

$$Ex\begin{cases}1) & \frac{25}{28}>\frac{25}{30}\\ 2) & \frac{5}{9}<\frac{5}{7}\\ 3) & \frac{9}{12}<\frac{9}{11}<\frac{9}{10}\end{cases}$$

دوهــــمه طــریقه: کـه چېـري دوه یـا څـو کسرـونه راکـړل شـوي وی چـې مخرجونـه یـې یوشـان او صـورتونه یـې مختلف وي تر ټولو لوی کسر هغه دی چې صورت یې لوی وی.

$$Ex\begin{cases}1) & \frac{32}{30}>\frac{12}{30}\\ 2) & \frac{25}{45}<\frac{36}{45}\\ 3) & \frac{13}{7}>\frac{10}{7}>\frac{3}{7}>\frac{1}{7}\end{cases}$$

دریـــمه طریـــقه: کـه چېـري داسي کسرـونه راکـړل شـوي وی چـې نـه صـورتونه او نـه مخرجونـه سره مسـاوی وی.پـه داسي حـالاتو کـې د یـو کسرـ معـادل کسرـونه راباسـو کـه چېـري ضرورت پیـدا شي د دوهـم کسرـ معـادل کسرـونه هـم راباسـو تـر هغـه وختـه پـوري چـې د راکـړل شـو کسرـونو صـورتونه یـا مخرجونـه یـو لـه بلـه سره برابرېږي.که سره برابر شو نو یې مقایسه کوو.چې لوی وو هغه اصلی کسر لوی دی له هغه بل څخه.

لومړی مثال: $\frac{7}{8}$ او $\frac{3}{4}$ یو له بله سره مقایسه کړئ.

حل:

$$\begin{cases}1) & \frac{7}{8}\\ 2) & \frac{3}{4}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{6}{8}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1) & \frac{7}{8}\\ 2) & \frac{6}{8}\end{cases}\Rightarrow \underline{\underline{\frac{6}{8}<\frac{7}{8}}}$$

دویم مثال: $\frac{2}{5}$ او $\frac{3}{4}$ کسرونه سره پرتله کړئ.

حل:

$$\begin{cases}1) & \frac{2}{5}=\frac{2\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{4}{10}\ ,\ \frac{2\times 3}{5\times 3}=\boxed{\frac{6}{15}}\\ 2) & \frac{3}{4}=\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\boxed{\frac{6}{8}}\ ,\ \frac{3\times 3}{4\times 3}=\frac{9}{12}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1) & \frac{6}{15}\\ 2) & \frac{6}{8}\end{cases}\Rightarrow \underline{\underline{\frac{6}{8}>\frac{6}{15}}}\Rightarrow\boxed{\frac{3}{4}>\frac{2}{5}}$$

د عام کسر څلور ګونې عملیې

جـمع او تفریق

لومړی حالت

که چیرې دوه یا څـو کسرـونه د جمـع یـا تفریـق پـه حالـت کـې راکـړل شـوي وی چـې مخرجونـه یـې سره مسـاوی وی نو د مخرجونو څخه یو مخرج او صورتونه یې جمع یا تفریق کوو.

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}\pm\frac{d}{b}=\frac{a\pm c\pm d}{b}$$

مثال: لاندې کسرونه جمع او تفریق کړئ.

حل:

$$1)\rightarrow\begin{cases}1) & \frac{3}{4}+\frac{5}{4}+\frac{7}{4}=\frac{3+5+7}{4}=\frac{15}{4}\\ 2) & \frac{8}{12}+\frac{14}{12}+\frac{18}{12}=\frac{8+14+18}{12}=\frac{\overset{10}{\cancel{40}}}{\underset{3}{\cancel{12}}}=\frac{10}{3}\end{cases}$$

$$2)\rightarrow\begin{cases}1) & \frac{12}{8}-\frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{12-5-3}{8}=\frac{12-8}{8}=\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{1}{2}\\ 2) & \frac{80}{20}-\frac{14}{20}-\frac{18}{20}=\frac{80-14-18}{20}=\frac{80-32}{20}=\frac{\overset{12}{\cancel{48}}}{\underset{5}{\cancel{20}}}=\frac{12}{5}\end{cases}$$

دوهم حالت

کـه چېـري دوه یـا څوکسرـونه د جمـع یـا تفریـق پـه حالـت کـې وي چـې مخرجونـه یـې یـو شـان او صـحیحی عددونـه ولـري لـومړی دغـه کسرـونه غیرواجـب کـوو او وروسـته د مخرجونـو څخـه یـو مخـرج مشـترک نیسـو او صورتونه یې جمع کوو.

$$\begin{cases} 1) \to 6\frac{3}{5}+5\frac{7}{5}=\frac{5\times6+3}{5}+\frac{5\times5+7}{5}=\frac{33}{5}+\frac{32}{5}=\frac{33+32}{5}=\frac{65}{5} \\ 2) \to 12\frac{2}{3}-2\frac{9}{3}-4\frac{3}{3}=\frac{3\times12+2}{3}-\frac{3\times2+9}{3}-\frac{3\times4+3}{3}=\frac{38}{3}-\frac{15}{3}-\frac{15}{3}=\frac{38-15-15}{3}=\frac{38-30}{3}=\frac{8}{3} \end{cases}$$

- او یا که چېري مخرج نه درلودې د هغه مخرج یو دی.

$$Ex\begin{cases} 1) & 2+\frac{1}{3}=\frac{3\cdot2+1}{3}=\frac{7}{3} \\ 2) & \frac{2}{5}+2=\frac{2+5\cdot2}{5}=\frac{12}{5} \\ 3) & 2-\frac{1}{3}=\frac{3\cdot2-1}{3}=\frac{5}{3} \end{cases}$$

دریم حالـت: کـه چېـري دوه یـا څـو کسرـونه د جمـع او یـا تفریـق پـه حالـت کـې راکـړل شـو وی چـې مخرجونـه مختلـف وی لـومړی د ټولـو مخرجونـه لپـاره مشـترک مخـرج (LCM) نیسـو وروسـته هغـه مشـترک مخـرج د هـر کسر پر مخرج ویشو هغه حاصل یې په صورت کې ضرب وو.

$$1) \to \begin{cases} 1) & \frac{2}{5}+\frac{6}{7}=\frac{(35\div5\times2)+(35\div7\times6)}{35}=\frac{14+30}{35}=\frac{44}{35} \\ 2) & \frac{12}{10}+\frac{9}{12}=\frac{(60\div10\times12)+(60\div12\times9)}{60}=\frac{(6\times12)+(5\times9)}{60}=\frac{72+45}{60}=\frac{117}{60} \end{cases}$$

$$2) \to \begin{cases} 1) & \frac{10}{5}-\frac{6}{7}=\frac{(35\div5\times10)-(35\div7\times6)}{35}=\frac{70-30}{35}=\frac{40}{35} \\ 2) & \frac{25}{10}-\frac{9}{12}=\frac{(60\div10\times25)-(60\div12\times9)}{60}=\frac{(6\times25)-(5\times9)}{60}=\frac{150-45}{60}=\frac{\cancel{105}^{21}}{\cancel{60}_{12}}=\frac{21}{12} \end{cases}$$

څلورم حالت: که چېري دوه یا څوکسرونه د جمع اویا تفریق په حالت کې راکړل شوي وی چې مخرجونه یې سره مختلف وي او هم صحیحی یا پوره عددونه ولری لومړی یې غیرواجب کوو او وروسته مشترک مخرج (LCM) نیسو د هر کسر پر مخرج ویشو او په هغه صورت کې ضربوو.

مثالونه:

$$1)\begin{cases} 1)\rightarrow 3\frac{5}{12}+7\frac{6}{36}=\frac{12\times3+5}{12}+\frac{36\times7+6}{36}=\frac{41}{12}+\frac{258}{36}=\frac{3\cdot41+1\cdot258}{36}=\frac{123+258}{36}=\frac{\overset{127}{\cancel{381}}}{\underset{12}{\cancel{36}}}=\underline{\underline{\frac{127}{12}}} \\ 2)\rightarrow 9\frac{5}{9}+2\frac{9}{5}+7\frac{8}{3}=\frac{9\times9+5}{9}+\frac{5\times2+9}{5}+\frac{3\times7+8}{3}=\frac{86}{9}+\frac{19}{5}+\frac{29}{3} \\ \Rightarrow\frac{5\cdot86+9\cdot19+15\cdot29}{45}=\frac{430+171+435}{45}=\underline{\underline{\frac{1036}{45}}} \end{cases}$$

$$2)\begin{cases} 1)\rightarrow 4\frac{5}{12}-2\frac{6}{36}=\frac{48+5}{12}-\frac{72+6}{36}=\frac{53}{12}-\frac{78}{36}=\frac{3\cdot53-1\cdot78}{36}=\frac{159-78}{36}=\frac{\overset{9}{\cancel{81}}}{\underset{4}{\cancel{36}}}=\underline{\underline{\frac{9}{4}}} \\ 2)\rightarrow 9\frac{5}{10}-2\frac{9}{5}-3\frac{4}{3}=\frac{10\times9+5}{10}-\frac{5\times2+9}{5}-\frac{3\times3+4}{3}=\frac{95}{10}-\frac{19}{5}-\frac{13}{3}=\frac{285-114-130}{30}=\underline{\underline{\frac{41}{30}}} \end{cases}$$

د عام کسر ضرب

لومړی حالت: که چېري دوه یا څوکسرونه د ضرب په حالت کې وی.په هغه حالت کې چې د صحیح عدد ونه لری.صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضربېږي .

$$\boxed{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}}$$

مثالونه:

$$\begin{cases} 1) \quad \frac{5}{6}\times\frac{6}{8}=\frac{5\times6}{6\times8}=\frac{\overset{10}{\cancel{30}}}{\underset{16}{\cancel{48}}}=\frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{8}{\cancel{16}}}=\frac{5}{\underline{\underline{8}}} \\ 2) \quad \frac{9}{12}\times\frac{5}{10}=\frac{9\times5}{12\times10}=\frac{\overset{3}{\cancel{45}}}{\underset{8}{\cancel{120}}}=\frac{3}{\underline{\underline{8}}} \\ 3) \quad \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1\cdot3\cdot5\cdot2}{2\cdot4\cdot3\cdot5}=\frac{\overset{1}{\cancel{30}}}{\underset{4}{\cancel{120}}}=\frac{1}{\underline{\underline{4}}} \end{cases}$$

دوهم حالت: که چېرې داسي کسرونه د ضرب په حالت کې راکړل شوي وی چې صحیح عدد درلودونکي وي.لومړی یې غیرواجب کوو او وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو.

مثالونه:

$$\begin{cases} 1) \rightarrow 5\frac{60}{3}\times7\frac{9}{9}=\frac{3\times5+60}{3}\times\frac{9\times7+9}{9}=\frac{75}{3}\times\frac{72}{9}=\frac{75\times72}{3\times9}=\frac{\overset{200}{\cancel{5400}}}{\underset{1}{\cancel{27}}}=\underline{\underline{200}} \\ 2) \rightarrow 2\frac{6}{4}\times6\frac{2}{8}\times3\frac{5}{3}=\frac{4\times2+6}{4}\times\frac{8\times6+2}{8}\times\frac{3\times3+5}{3}=\frac{14}{4}\times\frac{50}{8}\times\frac{14}{3}=\frac{14\times50\times14}{4\times8\times3}=\frac{\overset{2450}{\cancel{9800}}}{\underset{24}{\cancel{96}}}=\frac{\overset{1225}{\cancel{2450}}}{\underset{12}{\cancel{24}}}=\underline{\underline{\frac{1225}{12}}} \\ 3) \rightarrow 2\frac{3}{2}\cdot3\frac{2}{4}\cdot4\frac{5}{3}=\frac{7}{2}\cdot\frac{14}{4}\cdot\frac{17}{3}=\frac{7\cdot14\cdot17}{2\cdot4\cdot3}=\frac{\overset{833}{\cancel{1666}}}{\underset{12}{\cancel{24}}}=\frac{833}{\underline{\underline{12}}} \end{cases}$$

د عام کسر تقسیم

اول حالت:که چېرې دوه یا څو کسرونه د تقسیم په حالت کې راکړل شوي وی.لومړی کسر پر خپل حالت لیکو د تقسیم علامه په ضرب تبدیل لوو.دوهم کسر سرچپه کوو.وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو.

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{a\times d}{b\times c} \qquad \vee \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

مثالونه:

$$\begin{cases} 1) \quad \frac{3}{5}\div\frac{4}{6}=\frac{3}{5}\times\frac{6}{4}=\frac{3\times 6}{5\times 4}=\frac{\overset{9}{\cancel{18}}}{\underset{10}{\cancel{20}}}=\underline{\underline{\frac{9}{10}}} \\ 2) \quad \frac{9}{12}\div\frac{5}{6}=\frac{9}{12}\times\frac{6}{5}=\frac{9\times 6}{12\times 5}=\frac{\overset{9}{\cancel{54}}}{\underset{10}{\cancel{60}}}=\underline{\underline{\frac{9}{10}}} \\ 3) \quad \frac{\frac{3}{5}}{\frac{6}{9}}=\frac{3}{5}\cdot\frac{9}{6}=\frac{3\cdot 9}{5\cdot 6}=\frac{\overset{9}{\cancel{27}}}{\underset{10}{\cancel{30}}}=\underline{\underline{\frac{9}{10}}} \end{cases}$$

دوهم حالت: که چېري د تقسیم په حالت کې دوه یا څو کسرونه راکړل شوي وی او صحیح عدد درلودنکي وي.لومړی دغه کسرونه غیرواجب کوو وروسته یې اولنی کسر پر خپل ځای لیکو د تقسیم علامه په ضرب تبدیل وو.دوهم کسر معکوس کوو.وروسته صورت په صورت کې او مخرج په مخرج کې ضرب وو.

مثالونه:

$$1) \quad 4\frac{2}{3}\div 3\frac{5}{6}=\frac{3\times 4+2}{3}\div\frac{6\times 3+5}{6}=\frac{14}{3}\div\frac{23}{6}=\frac{14}{3}\times\frac{6}{23}=\frac{\overset{28}{\cancel{84}}}{\underset{23}{\cancel{69}}}=\underline{\underline{\frac{28}{23}}}$$

$$2) \quad 4\frac{4}{6}\div 2\frac{3}{5}=\frac{6\times 4+4}{6}\div\frac{5\times 2+3}{5}=\frac{28}{6}\div\frac{13}{5}=\frac{28}{6}\times\frac{5}{13}=\frac{\overset{70}{\cancel{140}}}{\underset{39}{\cancel{78}}}=\underline{\underline{\frac{70}{39}}}$$

$$3) \quad 2\frac{2}{3}\div 3\frac{1}{2}\div 4\frac{1}{5}=\frac{8}{3}\div\frac{7}{2}=\frac{8}{3}\cdot\frac{2}{7}=\frac{8\cdot 2}{3\cdot 7}=\underline{\underline{\frac{16}{21}}}$$

د حسابی یا کسری مختلفو آفادو ساده کولو طریقه

1) جذرونه رفع کوو هغه که هر ځای وي یعني په قوس کې دننه وي یا د قوس څخه د باندې واقع وي.

2) کسرونه رفع کوو،لومړی صحیحي اعداد لرونکي،وروسته غیرواجب شوي کسرونه رفع کوو.

3) توانونه رفع کوو هغه که هر ځای وي.

4) کوچنی قوس رفع کوو.

5) میانه قوس رفع کوو.

6) لوی قوس رفع کوو.

7) د تقسیم او ضرب عملیې سرته رسوو.

8) د جمع او تفریق عملیې رفع کوو.

نوټ: که چېري دقوس دباندې علامه مثبت وی د قوسو په دننه علامو کې تغیر نه راځي.او که د قوس دباندې علامه منفي وي د قوس په دننه کې تغیر راځي.

دقوسونو پېژندل: [غټ] , { میانه } , (کوچنی)

مثالونه

$$1) \rightarrow Ex\begin{cases} \sqrt{4}\left[32-\left(2\times 3-5\right)\right]=? \\ 2\left[32-\left(2\times 3-5\right)\right] \\ \Rightarrow 2\left[32-\left(6-5\right)\right] \\ \Rightarrow 2\left[32-\left(1\right)\right] \\ \Rightarrow 2\left[32-1\right] \\ \Rightarrow 2\left[31\right] \\ \Rightarrow \boxed{62} \end{cases}$$

$$2)\rightarrow Ex\begin{cases}\left[8+(9-3\times 2)\right](4+5\cdot 3)=?\\ \Rightarrow\left[8+(9-6)\right](4+15)\\ \Rightarrow\left[8+(3)\right](19)\\ \Rightarrow[11](19)\\ \Rightarrow\boxed{209}\end{cases}$$

$$3)\rightarrow Ex\begin{cases}30:2:3-2\left[1-3:3(10-1:1)\right]\\ \Rightarrow 30:2:3-2\left[1-3:3(10-1)\right]\\ \Rightarrow 30:2:3-2\left[1-3:3(9)\right]\\ \Rightarrow 30:2:3-2\left[1-1(9)\right]\\ \Rightarrow 30:2:3-\underbrace{2\left[0\cdot(9)\right]}_{0}\\ \Rightarrow 30:2:3\\ \Rightarrow 15:3\\ \Rightarrow\boxed{5}\end{cases}$$

$$4)\rightarrow Ex\begin{cases}10+\left[12:4:(4:1-5:5)-1:1\right]=?\\ \Rightarrow 10+\left[12:4:(4:1-1)-1:1\right]\\ \Rightarrow 10+\left[12:4:(4-1)-1:1\right]\\ \Rightarrow 10+\left[12:4:(3)-1:1\right]\\ \Rightarrow 10+\left[3:3-1\right]\\ \Rightarrow 10+\underbrace{\left[1-1\right]}_{0}\\ \Rightarrow\boxed{10}\end{cases}$$

$$5)\rightarrow\quad \frac{5}{4}\div\left[1\frac{1}{3}+\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\right]\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow\frac{5}{4}\div\left[\frac{4}{3}+\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\right]\\ \Rightarrow\frac{5}{4}\div\left[\frac{4}{3}+\frac{15}{20}\right]\\ \Rightarrow\frac{5}{4}\div\left[\frac{80+45}{60}\right]\\ \Rightarrow\frac{5}{4}\div\left[\frac{125}{60}\right]\\ \Rightarrow\frac{5}{4}\times\frac{60}{125}=\frac{300}{500}=\frac{3}{5}\end{cases}$$

کسـرالکسر

هغه کسر ته ويل کېږي چې په صورت کې هم کسرونه ولري او په مخرجونه کې هم کسرونه ولري د داسي کسرونو د ساده کولو طريقه په لاندي ډول ده.

که مو صورت ساده کوي، نو صورت د لوړی خوا څخه ساده کوو.او که مو مخرج ساده کوی نو مخرج يې د کښتې خوا څخه ساده کوو تر هغه وخته دې عمليې ته دوام ورکوو چې تر اصلي کسر پوري رسېږو.

مثالونه:

$$1) \rightarrow \quad \frac{2\frac{4}{3}}{1\frac{3}{4}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow \dfrac{\Rightarrow \dfrac{3\times 2+4}{3}}{\dfrac{4\times 1+3}{4}} \\ \Rightarrow \dfrac{\frac{10}{3}}{\frac{7}{4}} \\ \Rightarrow \dfrac{10}{3}\times\dfrac{4}{7}=\dfrac{40}{21} \end{cases}$$

$$2) \rightarrow \quad 4-\frac{2-\frac{3}{5}}{8-\frac{1}{2}} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 4-\dfrac{\frac{10-3}{5}}{\frac{16-1}{2}} \\ \Rightarrow 4-\dfrac{\frac{7}{5}}{\frac{15}{2}} \\ \Rightarrow 4-\dfrac{7}{5}\times\dfrac{2}{15} \\ \Rightarrow 4-\dfrac{14}{75} \\ \Rightarrow \dfrac{300-14}{75} \\ \Rightarrow \dfrac{286}{75} \end{cases}$$

$$3) \rightarrow \quad 1-\frac{2}{1+\frac{2}{1-\frac{2}{3}}}\div\frac{1}{7} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 1-\frac{2}{1+\frac{2}{\frac{3-2}{3}}}\div\frac{1}{7} \\ \Rightarrow 1-\frac{2}{1+\frac{2}{\frac{1}{3}}}\div\frac{1}{7} \\ \Rightarrow 1-\frac{2}{1+\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{1}}\div\frac{1}{7} \\ \Rightarrow 1-\frac{2}{1+6}\div\frac{1}{7} \\ \Rightarrow 1-\frac{2}{\not 7}\cdot\frac{\not 7}{1} \\ \Rightarrow 1-2=\underline{\underline{-1}} \end{cases}$$

اعشار کسر

هغه کسر ته وايي چې په مخرج کې يې $(10,100,1000,10000\ldots)$ او داسي نو عددونه وي اعشارکسر بلل کېږي.او يا اعشار هغه کسر ته وايي چې د اعشاری علامې لرونکی وي، يا هغه کسرونه چې مخرج يې (10) او يا د (10) يو طاقت وي.

$$Ex\begin{cases} 1) \qquad \frac{17}{100}=0.017 \\ 2) \qquad \frac{3}{10}=0.3 \\ 3) \qquad \frac{9}{1000}=0.009 \\ 4) \qquad \frac{5}{10000}=0.0005 \end{cases}$$

- د اعشاريې کيڼې خواته عددونه د تام عددونو په نامه او د اعشاريې ښې خواته عددونه د اعشاريې عددونو په نامه يادېږي.
- د تام عددونو کيڼې خواته چې هر څومره صفرونه وليکئ او د اعشاريې عددونو ښې خواته چې هر څومره صفرونه وليکئ په عدد کې تغير نه راځي.

مثلاً:

$$Ex\begin{cases}1) & 0000000002.5 = 2.5\\ 2) & 0.2500000 = 0.25\\ 3) & 3.05 = 03.05 = 3.0500 = 003.05000\end{cases}$$

❖ **د اعشارېي عدد په ژبه لوستل**

که داسی (5.3456) یو عدد وی، غواړو هغه په ژبه سره تلفظ کړو. نو به وایو پنځه اعشاریه دری، څلور، پنځه، شپږ. او یا پنځه اعشاریه دری لسم، څلور سلم، پنځه زرم او شپږ لس زرم لوستل کېږي.

د اعشار کسر څلورګوني عمليې

جمع او تفريق

که چېري وغواړو چې دوه یا څو اعشاري عددونه سره جمع یا تفریق کړو نو داسي کار کوو لکه په ساده جمع او منفی کې.څو کله چې دغه جمع یا منفی سرته رسوو.لومړی باید عددونه منظم کړو.یعنی د تام عددونو یویز تر یویز لاندي او لسیز تر لسیز لاندې په همدې ترتیب.او د اعشارېي عدد یویز تر یویز لاندې او لسیز تر لسیز لاندې په همدې ترتیب باید ولیکل شي.

پاملرنه: د اعشارېي عددونو یویز د اعشاری څخه پیل کېږي او همدارنګه د تام عددونو یویز هم د اعشاری څخه پیل کېږي.

مثالونه:

$$1)\begin{cases}\quad 6.7675\\ +\ 2827.56\\ \quad 0.7595\\ \hline \quad 2835.0870\end{cases} \qquad \begin{array}{r} 1234.668\\ +\ 97756.08\\ \hline 98990.748\end{array}$$

$$2)\begin{cases}-\ 39.38\\ \quad 25.034\\ \hline \quad 14.346\end{cases} \qquad \begin{array}{r} 9876.304\\ -\ 23.098\\ \hline 9853.206\end{array}$$

د اعشار کسر ضرب

کله چې وغواړو یو اعشاری عدد په تام یا بل اعشاری عدد کې ضرب کړو نو د عادي ضرب په ډول سره د ضرب عملیه سرته رسوو، وروسته د ضرب په حاصل کې عشاریه په داسی ډول سره ټاکو چې په مضرب او

مضرب علیه کې اعشاريې عددونه شمارو او د هغه اعشارويو په تعداد عشاريې د ضرب په حاصل کې جلا کوو.

مثالونه:

$$\begin{array}{r} 0.374 \\ \times \quad 4 \\ \hline 1.396 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 23.56 \\ \times \quad 1.23 \\ \hline 7068 \\ 4712 \\ 2356 \\ \hline 28.9788 \end{array} \quad , \quad \begin{array}{r} 56.53 \\ \times \quad 2.3 \\ \hline 16959 \\ 11306 \\ \hline 130.019 \end{array}$$

د اعشار کسر تقسیم

اول حالت: که چېري وغواړو یو اعشاريې عدد پر یو ثابت عدد تقسیم کړو د عادي تقسیم په شان د تقسیم عملیه سرته رسوو، کله چې اعشاريه منځ ته راشي اعشاريه راساً په خارج قسمت کې ایږدو، وروسته خپل تقسیم ته ادامه ورکوو.

$$\begin{array}{r|l} 27.318 & 6 \\ \cline{2-2} -24 & 4.553 \\ \cline{1-1} 33 & \\ -\ 30 & \\ \cline{1-1} 31 & \\ -\ 30 & \\ \cline{1-1} 18 & \\ -\ 18 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 333 & 20 \\ \cline{2-2} -\ 20\downarrow & 16 \\ \cline{1-1} 133 & \\ -\ 120 & \\ \cline{1-1} 130 & \\ -\ 120 & \\ \cline{1-1} 100 & \\ -\ 100 & \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

دوهم حالت: که چېري یو اعشاريې عدد راکړل شوی وی.او غواړو پر اعشاريې عدد یې تقسیم کړو لومړی باید په مقسوم علیه کې اعشاریه له منځه یو سو .هر څومره خاني اعشاريې چې په مقسوم علیه کې وی په هم هغه شمېره په مقسوم کې اعشاریه مخته بیایو.یعنی ښي طرفته .

که چېري په هغه اندازه عشاريی په مقسوم کې موجودې نه وی نو د هغه په مقابل کې صفرونه په مقسوم کې ایږدو.

$$3.33 \mid 0.2 \Rightarrow \frac{3.33}{0.2} = \frac{3.33\times10}{0.2\times10} = \frac{33.3}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 33.3 & 2 \\ -\ 2 & 16.65 \\ \hline 13 & \\ -\ 12 & \\ \hline 13 & \\ -\ 12 & \\ \hline 10 & \\ -10 & \\ \hline 00 & \end{array}$$

$$24.098 \mid 2.3 \Rightarrow \frac{24.098}{2.3} = \frac{24.098\times1000}{2.3\times1000} = \frac{24098}{2300}$$

$$\begin{array}{r|l} 24098 & 2300 \\ -\ 2300 & 10.47 \\ \hline 10980 & \\ -\ 9200 & \\ \hline 17800 & \\ -\ 16100 & \\ \hline 1700 & \\ \vdots & \end{array}$$

د کسرونو يو په بل تبادله

A. د عام کسر تبديلول په عشار کسر باندې

کله چې وغواړو يو عام کسر په عشارکسر تبديل کړو نو د هغه کسر صورت پر مخرج ويشو.کله چې باقي پاته شي، باقي ته صفر ورکوو او د هغه صفر په مقابل کې په خارج قسمت کې اعشاريه اېږدو که چېري ضرورت وی نور صفرونه هم ورکولای شو.

لومړی مثال: $\frac{30}{4}$ کسر په اعشار کسر تبديل کړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|l} 30 & \underline{4} \\ -28 & 7.5 \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 00 & \end{array} \Rightarrow \frac{30}{4} = 7.5$$

دویم مثال: $\frac{20}{3}$ کسر په اعشار کسر تبدیل کړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|l} 20 & \underline{3} \\ -18 & 6.33... \\ \hline 20 & \\ -20 & \\ \hline 20 & \\ \hline 2 & \\ \vdots & \end{array} \Rightarrow \frac{20}{3} = 6.33 = 6.\bar{3}$$

دریم مثال: $\frac{4}{5}$ عام کسر په اعشار کسر تبدیل کړئ.

حل:

$$\begin{array}{r|l} 40 & \underline{5} \\ -40 & 0.8 \\ \hline 00 & \end{array} \Rightarrow \frac{4}{5} = 0.8$$

B. د اعشارکسر تبدیلول په عام کسر باندې

لومړی طریقه: ټول عددونه پرته له اعشاریې د کسر په صورت کې لیکو د اعشاریې پر ځای په مخرج کې یو (1) عدد لیکو اعشاریې عددونه شمېرو او د هغه شمېر په اندازه په مخرج کې صفرونه لیکو.

مثالونه:

$$Ex\begin{cases} 1) & 3.56=\frac{356}{100} \\ 2) & 23.0678=\frac{230678}{10000} \\ 3) & 0.974=\frac{974}{1000}=\frac{487}{500} \\ 4) & 23.0032=\frac{230032}{10000} \end{cases}$$

دوهم طريقه: کله چې وغواړو چې يو اعشار کسر په عام کسر تبديل کړو تام عددونه په صحيح عددونو کې ليکو د اعشاريې پر ځای يو (1) عدد په مخرج کې ليکو اعشاريې عددونه په صورت کې ليکو هر څومره اعشاريې عددونه چې وی د هغه په مقابل کې صفرونه په مخرج کې ليکو.

مثالونه:

$$Ex\begin{cases} 1) & 3.56=3\frac{56}{100} \\ 2) & 632.5678=632\frac{5678}{10000} \\ 3) & 23.0031=23\frac{31}{10000} \\ 4) & 3.57=3\frac{57}{100} \end{cases}$$

يادونــه: د لـومړی طريقـې او دوهمـې طريقـې تـوپير دومـره دي چـې لـومړی طريقـه کـې کسرـ غيرواجـب شويدي.او دوهمه طريقه کې کسر غيرواجب شوی نه دی.

د اعشارمتوالی کسر تبديلول په عام کسر باندې

کله چې يو اعشاری متوالی کسر په عام کسر تبديلوو نو د لاندې فورمول څخه کار اخلو.

$$\text{عام کسر}=\frac{\left[\left[\text{تام عددونه او اعشاريې عددونه}\left(\text{غيرمتوالی عددونه}\right)\right]-\left[\text{ټول عددونه پېله اعشاريې ليکو}\right]\right]}{\left[\text{د هر اعشاريې عدد}\left(\text{غيرمتوالی عدد}\right)\text{ پر ځای صفرونه ليکل}\right]\times\left[\text{د هر متوالی عدد پر ځای}(۹)\text{ليکل}\right]}$$

مثالونه:

$$Ex\begin{cases}
1) & 3.\bar{6}=\frac{36-3}{9}=\frac{33}{9}=\frac{11}{3} \\
2) & 13.6\overline{54}=\frac{13654-136}{990}=\frac{13518}{990} \\
3) & 405.54\overline{67}=\frac{4055467-40554}{9900}=\frac{4014913}{9900} \\
4) & 45.00\overline{31}=\frac{450031-4500}{9900}=\frac{445531}{9900} \\
5) & 5.27272727...=5.\overline{27}=\frac{527-5}{99}=\frac{522}{99}=\frac{58}{11} \\
6) & 4.1333...=4.1\bar{3}=\frac{413-41}{90}=\frac{372}{90}=\frac{62}{15} \\
7) & 17.2545454...=17.2\overline{54}=\frac{17254-172}{990}=\frac{17082}{990}=\frac{2847}{165} \\
8) & 1.35666...=1.35\bar{6}=\frac{1356-135}{900}=\frac{1221}{900}=\frac{407}{300} \\
9) & 0.3333...=0.\bar{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3} \\
10) & 0.135135135...=0.\overline{135}=\frac{135}{999}=\frac{15}{111}=\frac{5}{37}
\end{cases}$$

څلورم فصل

سټونه $(Sets)$

- په رياضي کې ډېر عمده مفهوم چې د هغه څخه په پراخه کچه استفاده کېږي د سيټ مفهوم دي.
- د سيټ نظريه په کال $(1845-1919)$م کې د جورج کوانټر $(Georg\ cantor)$ انګليسی عالم په واسطه رامنځته شوه.
- څرنګه چې د سيټونو د نظريې څخه ډېره زياته استفاده کېږي نو داسی يو تعريف تر اوسه ندې پيدا شوي چې د ټولو علومو لپاره د قبول وړ وي. مګر د هغه مفهوم پر ځينو شيانو باندې په ښه ډول تطبيق کيداى شي.د بېلګې په ډول يوه ګله دغوايانو، يوه رمه د پسونو، يو بنډل قلمونه، يو درجن ګلاسونه، حيوانات، نباتات او داسي نور مفاهيم چې د سيټ پواسطه توضيح کيداى شي.

تعريف: د شيانو يوې منظمې مجموعې ته سيټ وايې يا په بل عبارت: د ښه پېژندل شو شيانو مجموعې ته سيټ وايې.

يادونه: دغه په اصل کې تعريف نه دی ځکه چې سيټ نه دی تعريف شوی دا اصلاً اصطلاح ده.

د سيټ عناصر: هر هغه شی چې په سيټ کې شامل وی د سيټ عناصر يا غړي بلل کېږي. لکه د $A=\{a,e,i,o,u\}$ سيټ چې د انګليسی د واول تورو څخه جوړ ده، او هر توری د په سيټ کې شموليت لری.

- د شمول او نه شمول علامې، د شمول علامه $(\in)$ يونانی توری دی چې د اپسيلون په نامه يادېږي.
- دا د نه شمول $(\notin)$ علامې ته که متوجه شو نو دا علامه د سلش $(Slash)$ نښه $(/)$ ده چې په رياضي کې د منفی په مفهوم ده، نو ځکه دا نښه د نه ګډون يا نه شمول په مفهوم استفاده کېږي.

مثال: که د $A=\{1,2,3,4,5,a,b,c\}$ يو سيټ ولرو.

$$A=\{1,2,3,4,5,a,b,c\} \Rightarrow \begin{cases} 1\in A & , \quad 6\notin A \\ 5\in A & , \quad d\notin A \\ b\in A & , \quad 10\notin A \end{cases}$$

د سيټ خواص

- په سيټ کې بايد واضع عناصر وی.
- په سيټ کې بايد د عناصرو تکرار موجود نه وی.
- په سيټ کې د عناصرو تغير په سيټ کې تغير نه راولي.
- په سيټ کې د عناصرو همجنس والی ضروری نه دی.

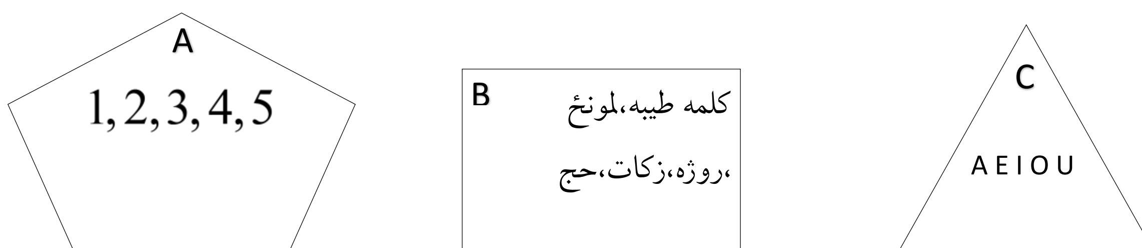
- په سیټ کی د عناصرو پابندی ضروری نه ده یعنی مقدار،شمیر،اندازه ...

❖ **د سیټ ښودنه:** $(John Venn)$ برطانوی ریاضي پوه د هندسی شکلونو پواسطه د سیټونو ښودل رواج کړیدی، چې د سیټونو دغه ښودنه د $(Venn\ Diagrams)$ په نوم یادیږي.

❖ سیټ د انګلیسی الفباء په غټ تورو سره ښودل کیږي. لکه: $(A, B, C, D, ...)$

د یوه سټ د لیکلو طریقي

I. **دیاګرام طریقه**: په دغه طریقه کې عناصر په مختلفو هندسی شکلونو سره ښودل کیږي.



II. **تفصیلي یا دلیست کولو طریقه:** په دغه طریقه کې بیلا بیل عنصرونه په دغه $\{\ \}$ علامې په منځ کې لیکل کیږي، او د عناصرو تر منځ یې جلاوالی په کامه $(,)$ سره کیږي.تفصیلي طریقي ته د اندراج طریقه او د روسټر $(Roster)$ طریقه هم وایي.

$$Ex\begin{cases} i) & A=\{a,b,c,d\} \\ ii) & B=\{1,2,3,5,6,7,8,9\} \\ iii) & C=\{\alpha,\beta,\delta\} \end{cases}$$

III. **اجمالي یا تشریحي یا د ګډو خواصو طریقه:** په دې طریقه کې د سیټ علامې په داخل کې چپه خواته یو کوچنی توری لیکو، بیا یو بل خط $(/)$ یا دوه سر پر سر ټکي $(:)$ لیکو بیا داسی جمله لیکو چې د سیټونو عنصرونه معرفی کړي، د سیټ د لیکلو دغه شکل ته معیاری شکل وایې او په عمومي ډول یې دارنګه لیکو:

$$A=\{x / P(x)\}$$

او دارنګه لوستل کیږي: A داسی سیټ دی چې عناصر یې x دی او د p خواص لري.

مثالونه:

$$Ex\begin{cases}1) & A=\{x:x\in IN,2<x\le 12\}\\ 2) & B=\{x/x\in IR,5<x<9\}\\ 3) & C=\{x:x\in W,1\le x\le 6\}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1) & A=\{3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}\\ 2) & B=\{4,5,6,7,8\}\\ 3) & C=\{1,2,3,4,5,6\}\end{cases}$$

د سيټ ډولونه

تش(خالی) سيټ $(Empty\ Set)$

هغه سيټ چې هيڅ عنصر ونه لری.د تش سيټ په نامه يادېږي.

د خالی سيټ ښودنه:

$$A=\{\ \}\qquad \vee \qquad B=\varnothing$$

مثالونه:

- د ټول طبيعي عددونو سيټ چې د 2 او 3 تر منځ وي، چې دا يو خالی سيټ دي.
- د افغانستان د ټولو بحرونو سيټ.
- دهغه کسانو سيټ چې 50 متره ونه «جګوالی» لری.

مساوي سيټونه $(Equal\ Sets)$

هغه سيټونه دي چې يواځې د عناصرو شمېر او عناصر يې سره مساوي وی.

مثال

$$Ex\begin{cases}A=\{a,b,c,d,1,2,3,\alpha,\beta,\delta\}\\ B=\{\delta,1,2,3,a,b,c,d,\alpha,\beta\}\end{cases}\qquad \Rightarrow \underline{\underline{A=B}}$$

معادل سيټونه $(Equivalent\ Sets)$

هغه سيټونه چې يواځې د عناصرو شمېر سره مساوي وی.

مثال

$$1)\quad \left.\begin{matrix} A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \\ B=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{A\cong B}} \ \vee \ \underline{\underline{A\equiv B}}$$

$$2)\quad \left.\begin{matrix} C=\{i,ii,iii,iv,v\} \\ D=\{\partial,\alpha,\beta,\delta,\varepsilon\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{C\sim D}}$$

تقاطع سیټ $(Inter\ Section\ Of\ Sets)$

هغه سیټ ته وایي چې د دوو سیټونو د مشترکو عناصرو څخه لاسته راشي.یا د A او B د دوو سیټونو تقاطع له هغه سیټ څخه عبارت ده چې عناصر یې هم د A او هم د B په سیټ کې شامل وی.

$$A\cap B=\{x/x\in A\wedge x\in B\}$$

مثال

$$1)\quad \begin{cases} A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \\ B=\{a,b,c,3,6,y,f\} \end{cases} \Rightarrow A\cap B=\{3,6\}$$

$$2)\quad \begin{cases} C=\{2,3,4,5,7\} \\ D=\{1,6,8,9\} \end{cases} \Rightarrow C\cap D=\{\ \}=\varnothing$$

دسیټونو اتحاد(یووالي) $(Union\ Of\ Sets)$

د A او B د دوو سیټونو اتحاد هغه سیټ دی چې عناصر یې یا په A اویا په B کې شامل وی.

$$A\cup B=\{x/x\in A\vee x\in B\}$$

مثالونه:

$$1)\rightarrow \begin{cases} A=\{1,2,3,4,5\} \\ B=\{6,7,8,9\} \end{cases} \Rightarrow A\cup B=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$2)\rightarrow \begin{cases} C=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \\ D=\{6,7,8,9\} \end{cases} \Rightarrow C\cup D=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

د سیټونو د اتحاد اتحادی قانون:

$$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$$

مثالونه:

$$1) \to \left.\begin{matrix} E=\{1,2,3,4\} \\ F=\{5,6,7\} \\ G=\{8,9\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} E\cup(F\cup G)=(E\cup F)\cup G \\ \Rightarrow 1,2,3,4\cup(5,6,7\cup 8,9)=(1,2,3,4\cup 5,6,7)\cup 8,9 \\ \Rightarrow 1,2,3,4\cup(5,6,7,8,9)=(1,2,3,4,5,6,7)\cup 8,9 \\ \Rightarrow 1,2,3,4,5,6,7,8,9=1,2,3,4,5,6,7,8,9 \end{cases}$$

$$2) \to \left.\begin{matrix} A=\{a,b,c\} \\ B=\{e,f,g\} \\ C=\{h,i,j,k\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C \\ \Rightarrow a,b,c\cup(e,f,g\cup h,i,j,k)=(a,b,c\cup e,f,g)\cup h,i,j,k \\ \Rightarrow a,b,c\cup(e,f,g,h,i,j,k)=(a,b,c,e,f,g)\cup h,i,j,k \\ \Rightarrow a,b,c,e,f,g,h,i,j,k=a,b,c,e,f,g,h,i,j,k \end{cases}$$

د دوو سیټونو تفاضل $(Difference\,Of\;Sets)$

$A-B$ هغه سیټ دی چې عناصر یی د A په سیټ کې شامل وی خو د B په سیت کې شامل نه وی.

$B-A$ هغه سیټ دی چې عناصر يې د B په سیټ کې شامل وی خو د A په سیټ کې شامل نه وی.

$$\begin{cases} A-B=\{x/x\in A\wedge x\notin B\} \\ B-A=\{x/x\in B\wedge x\notin A\} \end{cases}$$

يادونه:

- كه چېرې $A-B=A$ او يا $B-A=B$ وی، نو A او B سره بيل دی.
- كه چېرې $A-B=\varnothing$ وی نو A او B سره مساوي سيټونه دی.

مثالونه:

$$1) \to \left.\begin{matrix} A=\{a,b,g,h\} \\ B=\{a,b,c,d\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} A-B=\{g,h\} \\ B-A=\{c,d\} \end{matrix}$$

$$2) \to \left.\begin{matrix} C=\{1,2,3,4,5\} \\ D=\{1,2,3,4,5\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow C-D=\varnothing=D-C \Rightarrow C=D$$

معين سيټ

هغه سیټ ته وايي چی د عناصرو شمېر يي معلوم وی. او يا هغه سیټ دی چې عنصرونه يې د شمېر وړ وي.

$$A=\{x/x\in IN,1<x\le 10\}$$
$$B=\{1,3,5,7,9,11,13,15\}$$

غيرمعين سيټ

هغه سيټ ته وايې چې د عنصرونو شمېر يې معلوم نه وی.يا يې عنصرونه د شمېر وړ نه وي.

$$A=\{x/x\in IR, x>0\}$$
$$B=\{2,4,6,8,10,...\}$$

کُلی سيټ يا عمومي سيټ $(Universel\ Set)$

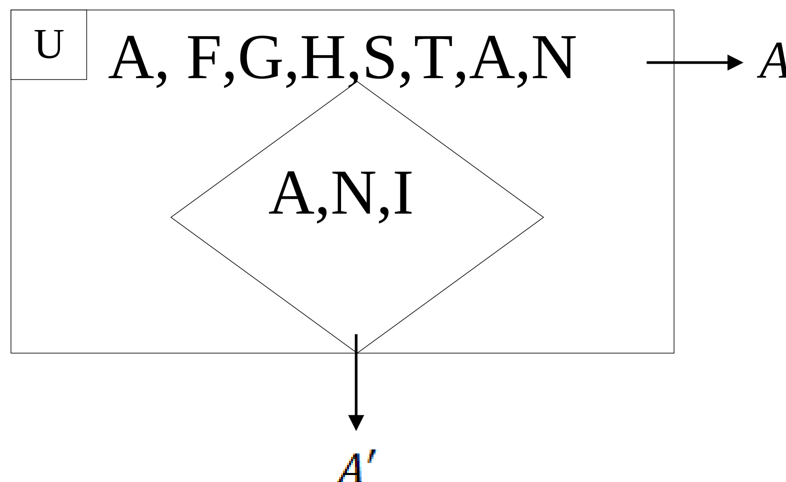
کُلی سيټ هغه سيټ ته ويل کېږي چې څو فرعی سيټونه ولری، يا په بل عبارت هغه سيټ چې د هغه څخه مو څو فرعی سيټونه انتخاب کړي وي، د نوموړو فرعی سيټونو د کُلی سيټ په نامه يادېږي.

کُلی سيټ يا عمومي سيټ په U سره ښودل کېږي.

مثال: د کندهار پوهنتون د محصلينو سيټ يو عمومي سيټ دي، ځکه د هرې فاکولتی محصلين د کندهار پوهنتون د محصلينو د سيټ فرعی سيټونه دي.

او يا په بل عبارت:په هره برخه کې چې بحث کوو يو ځانګړی سيټ شتون لری چې د موضوع اړوند ټول عناصر په کې شامل دی چې د عمومی (کُلی)سيټ په نامه يادېږي.اويا په عبارت : هغه سيټ ته وايې چې دوه يا څو فرعی سيټونه ځينی انتخاب شوی وی او تر مطالعی لاندی نيول شوي وی.

مثال:



فرعی سيټ

هغه سيټ ته وايې چې د اصلی سيټ يوه برخه وي. او يا که چېری د B سيټ ټول عناصر په A سيټ کې غړيتوب ولرئ نو B سيټ د A سيټ يو فرعی سيټ دي، چې په دې ډول $B\subset A$ ښودل کيږی او د فرعی سيټ $\subset$ علامه ده.

له بلی خوا که چېري د B سيټ ټول عناصر په A سيټ کې ځرېتوب ونه لري نو B سيټ د A سيټ يو فرعی سيټ نه دی چې په دې ډول $B\not\subset A$ ښودل کېږي.

$$\left.\begin{array}{l} A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \\ B=\{1,2,3,4,5\} \end{array}\right\} \Rightarrow B\subset A\ ,\ A\not\subset B$$

يادونه: هرسيټ د خپل سيټ يو فرعی سيټ کيدای شي.په سيټ کې د فرعی سيټ تعينول يا د هغه شمېر معلومول.

$$\underline{\underline{2^n}}$$

n په اصلي سيټ کې د عنصرونو شمېر ښيي.

$$\left.\begin{array}{l} A=\{a,b,c\} \\ n(A)=3 \\ 2^n=2^3=\underline{\underline{8}}\,Sets \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A_1=\{a,b,c\} \\ A_2=\{a,b\} \\ A_3=\{a,c\} \\ A_4=\{b,c\} \\ A_5=\{a\} \\ A_6=\{b\} \\ A_7=\{c\} \\ A_8=\{\ \}=\varnothing \end{array}\right.$$

يادونه: په ځينو کتابونو کې خپله سيټ د خپل سيټ فرعی نه شي کيدای چې ددغه خاصيت په اساس د فرعی سيټونو د تعينولو فورمول هم تغير کوي.$\underline{\underline{2^n-1}}$

مکمله سيټ $(Complement\ Of\ Set)$

هغه سيټ ته ويل کېږي چې د کُلی سيټ يوه برخه وی او هميشه بشپړوونکی د کُلی سيټ وی، مکمله سيټ هميشه په $A'\vee A^C$ سره ښودل کېږي.

او يا په عبارت: که سيټ د د سيټ يو فرعی سيټ وی نو د د سيټ مکمله سيټ عبارت له هغه ټولو عنصرونو څخه دی چې په کې شامل نه وي او کې شامل وي.

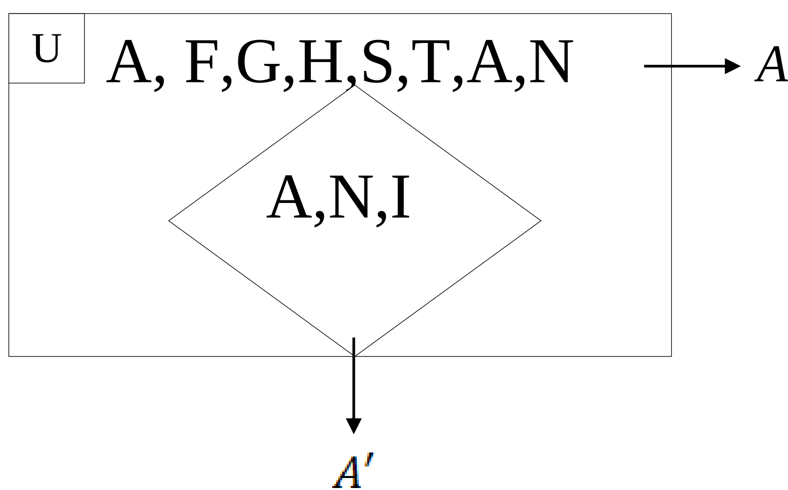
يا که يو کُلی سيټ يو واقعی فرعی سيت ولری نو د کُلی سيټ د پاته عنصرونو سيټ د فرعی سيټ مکمله دی.

$$\begin{cases} \overline{A}=U-A \\ A\cup\overline{A}=U \end{cases}$$

لومړی مثال:

$$\left.\begin{array}{l} U=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z\} \\ A' \vee A^{C}=\{a,e,i,o,u\} \\ A=\{b,c,d,f,g,h,I,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z\} \end{array}\right\}$$

دويم مثال:



پنځم فصل

مالي محاسبې

نسبت $(Ratio)$

د دوو همجنسو شيانو تر منځ رابطې ته نسبت وايې، يا په بل عبارت: د دوو همجنسو(يوشان)کميتونو يا مقدارونو تر منځ نسبت عبارت له هغه عدد دی چې ونښيي لومړی کميت د دويم کميت څو برابره دی يا يو کميت د بل کميت څومره برخه ده او يا دوه يم کميت څو ځلې په لومړي کميت کې شامل دی.

- $A:B=A\div B=\frac{A}{B}=R$ د A نسبت B ته د $\frac{A}{B}$ افادې مفهوم دادې چې A په B کې څو ځله شامل دی، يا B د A څخه د څو په اندازه زيات دی.
- که چېرې په نسبت کې مختلف واحدات راکړل شوي وی بايد يوه واحد ته تبديل شئ او نسبت هميشه واحد نه لرې.

د نسبت ډولونه

1. **حسابي نسبت** $(Arithmatic)$**:** هغه نسبت ته وايې چې د عددونو تر منځ رابطه په منفي سره وی.يا هغه توپير يې موږ ته په ګوته کوي.

$$\underline{\underline{A-B}}$$

2. **هندسي نسبت** $(Geometricration)$**:** هغه نسبت ته وايې چې د عددونو تر منځ رابطه د تقسيم په واسطه سره وي، يعنی هغه برخې يا څو چنده پکښې شامل دی.

$$\underline{\underline{\frac{A}{B}}}$$

لومړی مثال: که د احمد پلار د 81 کالو عمر لرې او احمد 54 کاله عمر لرې د دوي د عمرونو تر منځ حسابي او هندسي نسبت پيداکړئ.

حل:

$$\text{حسابي نسبت}=A-B\Rightarrow 81-54=27\ \text{کاله}$$

$$\text{هندسي نسبت}=\frac{A}{B}=\frac{81}{54}=\frac{3}{2}$$

دويم مثال: که چېري همايون د 18 کالو وی او حشمت الله د 6 کالو وی د دوي د عمرونو تر منځ هندسي او حسابي نسبت پيداکړئ.

حل:

$$\text{کاله } 12 = 6 - 18 \Leftarrow A - B \text{ حسابي نسبت}$$

$$\text{هندسي نسبت} = \frac{A}{B} \Rightarrow \frac{18}{6} = 3$$

دريم مثال: که $A = 1200Af$ او $B = 30Af$ وي تاسو ددغه دوو عددونو ترمنځ حسابي او هندسي نسبت پيداکړئ.

حل:

$$\text{حسابي نسبت} = A - B \Rightarrow 1200Af - 30Af = \underline{\underline{1170Af}}$$

$$\text{هندسي نسبت} = \frac{A}{B} \Rightarrow \frac{120\cancel{0}\ \cancel{Af}}{3\cancel{0}\ \cancel{Af}} = \frac{12}{3} = 4$$

نوټ: حسابي نسبت دا رانبيي چې يو کميت او بل کميت تر منځ توپير څودی. هندسی نسبت دا رانبيي چې يو کميت په بل کميت کې څو واره شامل وی يا څوومه برخه ده.او په کوم مثال کې چې د نسبت نوعيت نه وي ذکر شوي هغه نسبت هندسي دي.

3. حسابي اوسط

دڅو کميتونو اوسطي مجموعه عبارت د حسابي اوسط څخه ده.

طريقه: کميتونه ټول سره جمع کوو. او د کميتونو پر شمېر يې ويشو.

لومړی مثال: که نظيف الله په رياضي کې (98) په فزيک (90) په کيميا (93) په پښتو (70) په دری (65) او په انگليسی کې (55) نمرې وړې وی تاسو يې د نمرو اوسط راوباسئ.

$$\text{حسابي اوسط} = \frac{a+b+c+\ldots+n}{N}$$

N د کميتونو شمېر دی او $(a, b, c, \ldots)$ کميتونه دی.

$$\text{حسابي اوسط} = \frac{98+90+93+70+65+55}{6} = \frac{471}{6} = 78.5$$

دوهم مثال: د 21 او 7 حسابي اوسط راوباسئ.

$$\text{حسابی اوسط}=\frac{7+21}{2}=\frac{28}{2}=14$$

دريم مثال: په ترتيب سره د 6,7,8 ترمنځ حسابي اوسط پيداکړئ.

$$\text{حسابی اوسط}=\frac{6+7+8}{3}=\frac{21}{3}=7$$

سوال: د خپلو نمرو حسابي اوسط پيداکړئ.

د نسبت اړوند ځيني مثالونه

طريقه: د نسبتونو جمع حاصل لاس ته راوړو.راکړل شوي عددونو د نسبتونو پر مخرج حاصل ويشو.تقسيم حاصل د هر شخص په نسبت کې ضرب وو.

لومړی مثال: په دوکان کې درې تنه سره شريکان دی د هر يوه سرمايه عبارت ده له: د لومړی کس سرمايه 250000 افغانۍ ده. د دوهم کس سرمايه 520000 افغانۍ ده.او د دريم کس سرمايه 230000 افغانۍ ده.که په يوه کال کې دوي 300000 افغانۍ ګټه وکړئ د هر يوه ګټه معلومه کړئ.

$$\left.\begin{array}{l}1)\rightarrow 250000\\ 2)\rightarrow 520000\\ 3)\rightarrow 230000\end{array}\right\}\Rightarrow Total=1000000\Rightarrow\frac{300000}{1000000}=\frac{3}{10}$$

$$\left.\begin{array}{l}1)\rightarrow 250000\times\frac{3}{10}=75000Af\\ 2)\rightarrow 520000\times\frac{3}{10}=156000Af\\ 3)\rightarrow 230000\times\frac{3}{10}=69000Af\end{array}\right\}$$

دوهم مثال: په يوه تجارتي شرکت کې پنځه تنه سره شريک دي چې د نصرت الله برخه 8 ده د ثناءالله برخه 4 ده د وثيق الله برخه 5 ده د همايون برخه 13 ده او د عبدالوارث برخه 10 ده.په يو څه وخت کې 50000$ ډالر ګټه وکړه تاسو د هر يوه ګټه پيداکړئ.

$$Ex\begin{cases} 8+4+5+13+10=\underline{\underline{40}} \\ \dfrac{50000}{40}=1250\$ \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{ll} 1\rightarrow & 8\cdot1250\$=10000\$ \\ 2\rightarrow & 4\cdot1250\$=5000\$ \\ 3\rightarrow & 5\cdot1250\$=6250\$ \\ 4\rightarrow & 13\cdot1250\$=16250\$ \\ 5\rightarrow & 10\cdot1250\$=12500\$ \end{array}\right\}$$

دريم مثال: يو پلار غواړئ 180 افغانۍ وخپلو دريو 3 زامنو ته د عمر په نسبت وويشي ـ که د زامنو دعمرونو نسبت يې په ترتيب سره 2,3,5 وی د هر يوه برخه پيداکړئ.

حل

$$\left.\begin{array}{l} 2+3+5=10 \\ \dfrac{180}{10}=\underline{\underline{18}} \end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases} 1)\rightarrow 2\times18=\underline{\underline{36Af}} \\ 2)\rightarrow 3\times18=\underline{\underline{54Af}} \\ 3)\rightarrow 5\times18=\underline{\underline{90Af}} \end{cases}$$

جز او کُل

کله چې موږ جز د کل څخه لاس ته راوړو نو کل جز او کل په رابطه کې ضرب وو.

- که جز په P ، کُل په T او رابطه په R وښيو.

$$T=\frac{P}{R} \qquad , \qquad P=T\cdot R \qquad , \qquad R=\frac{P}{T}$$

مثال: د افغانستان په 30 ولايتونو کې $\frac{1}{6}$ برخه د انټرنيټ څخه برخمن دي.معلوم کړئ چې د افغانستان په څو ولايتونو کې انټرنيټ شته.

$$Ex\begin{cases} T=30 \\ R=\dfrac{1}{6} \\ P=? \end{cases}\Rightarrow P=T\cdot R=30\cdot\frac{1}{6}=\underline{\underline{5}}$$

دوهم مثال: او کله چې موږ کُل د جز څخه لاس ته راوړو جز په سرچپه رابطه کې د جز او کُل ضرب وو.او يا د لاندې حل مثال په څير کار کوو.

که د امراللـه $\frac{2}{3}$ برخـه د سرو قلمانـو وئ کـه چېرئ امراللـه 6 سره قلـمان ولـرى نـو معلـوم کـړئ چـې د امراللـه ټول قلمان به څو وئ.

$$\left.\begin{aligned} P &= 6 \\ R &= \frac{2}{3} \\ T &= ? \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} T = \dfrac{P}{R} \\ T = \dfrac{6}{\frac{2}{3}} = \dfrac{6}{1} \cdot \dfrac{3}{2} \\ T = \dfrac{18}{2} = \underline{\underline{9}} \end{cases}$$

تناسب $(Proportion)$

د دوو نسبتونو مساويتوب ته تناسب وايي.او يا د وسطين او طرفين مساويتوب ته تناسب وايي.

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = a:b = c:d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c}$$

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \underbrace{a \times d}_{Extremes} = \underbrace{b \times c}_{Means}}$$

- طرفين $(Extremes)$ $a \times d$ او وسطين $(Means)$ $b \times c$ دي.

$$Ex \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \\ c = 10 \\ d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \\ \Rightarrow \dfrac{5}{4} = \dfrac{10}{8} \Rightarrow 5 \cdot 8 = 4 \cdot 10 = \underline{\underline{40 = 40}} \end{cases}$$

د تناسب خواص $(\text{Properties Of Proportion})$

1) خاصيت: په تناسب کې د طرفينو د ضرب حاصل همېشه مساوي دی د وسطينو د ضرب د حاصل سره.

$$1) \rightarrow \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \underline{\underline{a \times d = b \times c}} \Rightarrow \left\{ \frac{6}{3} = \frac{10}{5} \Rightarrow 6 \times 5 = 3 \times 10 = \underline{\underline{30 = 30}} \right.$$

2) خاصيت: که په تناسب کې د طرفين عددونه سره تبديل کړو تناسب کې تغير نه راځئ.

$$2)\rightarrow \begin{cases}\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \underline{\underline{a\cdot d=b\cdot c}}\\ \frac{4}{5}=\frac{8}{10}\Rightarrow 4\times 10=5\times 8\Rightarrow \underline{\underline{40=40}}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\frac{d}{b}=\frac{c}{a}\Rightarrow \underline{\underline{d\cdot a=b\cdot c}}\\ \frac{10}{5}=\frac{8}{4}\Rightarrow 10\times 4=5\times 8\Rightarrow \underline{\underline{40=40}}\end{cases}$$

3) خاصیت: که د وسطینو د عددونو ځایونه سره تبدیل کړو په تناسب کې تغیر نه راځئ.

$$3)\rightarrow \begin{cases}\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \underline{\underline{a\cdot d=b\cdot c}}\\ \frac{40}{10}=\frac{8}{2}\Rightarrow 40\times 2=10\times 8\Rightarrow \underline{\underline{80=80}}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\frac{a}{c}=\frac{b}{d}\Rightarrow \underline{\underline{a\cdot d=c\cdot b}}\\ \frac{40}{10}=\frac{8}{2}\Rightarrow 40\times 2=10\times 8\Rightarrow \underline{\underline{80=80}}\end{cases}$$

4) خاصیت: که یو تناسب سرچپه کړو بیا هم تناسب دئ.

$$4)\rightarrow \begin{cases}\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \underline{\underline{a\cdot d=b\cdot c}}\\ \frac{30}{15}=\frac{6}{3}\Rightarrow 30\times 3=15\times 6\Rightarrow \underline{\underline{90=90}}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\Rightarrow \underline{\underline{b\cdot c=a\cdot d}}\\ \frac{15}{30}=\frac{3}{6}\Rightarrow 15\times 6=30\times 3\Rightarrow \underline{\underline{90=90}}\end{cases}$$

5) خاصیت: که په تناسب کې د هر نسبت مخرج له صورت سره جمع او حاصل یې پر مخرج ولیکل شي بیا هم یو تناسب دی.

$$5)\rightarrow \left\{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}\Rightarrow \right\{\frac{4}{2}=\frac{6}{3}\Rightarrow \frac{4+2}{2}=\frac{6+3}{3}\Rightarrow \frac{6}{2}=\frac{9}{3}\Rightarrow 6\times 3=2\times 9\Rightarrow \underline{\underline{18=18}}$$

6) خاصیت: که په تناسب کې د هر نسبت مخرج له صورت څخه تفریق او د تفریق حاصل یې پر هغه مخرج ولیکل شی بیا هم یو تناسب دی.

$$6)\rightarrow \left\{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}\Rightarrow \right\{\frac{4}{3}=\frac{8}{6}\Rightarrow \frac{4-3}{3}=\frac{8-6}{6}\Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{2}{6}\Rightarrow 1\times 6=3\times 2\Rightarrow \underline{\underline{6=6}}$$

7) خاصیت: که چېري په یو تناسب کې صورتونه سره جمع او په صورت کې ولیکل شئ او مخرجونه سره جمع او په مخرج کې ولیکل شئ، دغه نوي را منځته شوي نسبتونه د هغه مخکنې هر یوه نسبت سره جلا جلا تناسب جوړه وي.

$$7)\rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow \underline{\underline{\frac{a+c}{b+d}}} \\ i)\rightarrow \quad \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b} \\ ii)\rightarrow \quad \frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}=\frac{6}{8}\Rightarrow \frac{3+6}{4+8}=\underline{\underline{\frac{9}{12}}} \\ i)\rightarrow \frac{3}{4}=\frac{9}{12}\Rightarrow 3\times 12=4\times 9\Rightarrow \underline{\underline{36=36}} \\ ii)\rightarrow \frac{6}{8}=\frac{9}{12}\Rightarrow 6\times 12=8\times 9\Rightarrow \underline{\underline{72=72}} \end{cases}$$

8) خاصیت: که $a:b:c=d:e:f \Rightarrow \frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ وي، نو لرو چې:

$$\begin{cases} i) \quad \frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}=k \\ ii) \quad \frac{a+b+c}{d+e+f}=k \end{cases}$$

لومړی مثال: که په تناسب کې $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}$ وي، تاسو د $b=?$ قیمت پیداکړئ چې $3a+c=42$ وئ.

حل:

$$\frac{a}{3}=\frac{b}{4}=\frac{c}{5}=k\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{3}=k\Rightarrow a=3k \\ \frac{b}{4}=k\Rightarrow b=4k \\ \frac{c}{5}=k\Rightarrow c=5k \end{cases}$$

$$3a+c=42\Rightarrow \begin{cases} 3\cdot 3k+5k=42 \\ 9k+5k=42 \\ 14k=42 \\ \underline{\underline{k=3}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=4k \\ b=4\cdot 3 \\ \underline{\underline{b=12}} \end{cases}$$

دویم مثال: که په تناسب کې $a\cdot x=b\cdot y=c\cdot z=\frac{2}{3}$ وي، تاسو $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ قیمت پیداکړئ چې $x+y+z=18$ وئ.

حل:

$$a\cdot x=b\cdot y=c\cdot z=\frac{2}{3}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{\frac{1}{a}}=\dfrac{y}{\frac{1}{b}}=\dfrac{z}{\frac{1}{c}}=\dfrac{2}{3}\\ \dfrac{x+y+z}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}}=\dfrac{2}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)=3(x+y+z)\\ x+y+z=18\\ 2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\right)=3(18)\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{3\cdot 18}{2}\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\underline{\underline{27}}\end{cases}$$

هندسي اوسط

د هندسي اوسط ځخه هغه وخت کار اخلو چې د يو تناسب دوه حدونه نامعلوم وي.

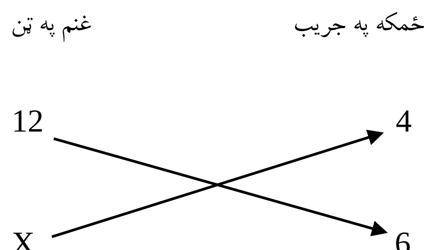
$$\left.\begin{aligned}&\frac{m}{a}=\frac{b}{m}\Rightarrow m^2=a\cdot b\\ &\Rightarrow\sqrt[2]{m^2}=\sqrt{a\cdot b}\\ &\Rightarrow \underline{\underline{m=\sqrt{a\times b}}}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{9}{m}=\dfrac{m}{4}\Rightarrow m^2=36\\ \Rightarrow\sqrt{m^2}=\sqrt{9\times 4}\\ \Rightarrow m=\sqrt{36}\\ \Rightarrow \underline{\underline{m=6}}\end{cases}$$

د تناسب ډولونه

I. مستقيم تناسب (Direct Proportion)**:** که په تناسب کې لومړی مقدار زيات شي او دوهم مقدار هم ورسره زيات شي، او يا لومړی مقدار کم شي او ور سره دوهم مقدار هم کم شي، دې ډول تناسب ته مستقيم تناسب وايي.

لومړی مثال: که چېرې يو بزګر د 4 جريبه ځمکې ځخه 12 ټن غنم لاس ته راوړي که چېرې ځمکه 6 جريبه شئ نو بزګر به څو ټن غنم لاس ته راوړئ.

حل:



$$\Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 4\cdot x = 6\cdot 12 \\ \Rightarrow \dfrac{4\cdot x}{4} = \dfrac{6\cdot 12}{4} \\ \Rightarrow x = \dfrac{72}{4} = 18 \\ \underline{\underline{x = 18}} \end{cases}$$

دوهم مثال: که يو ټيليفون په 30 دقيقو کې 200 کلمې صفت کړي تاسو معلوم کړئ چې 120 کلمې به په څومره وخت کې صفت کړي.

حل:

وخت	کليمې
30	200
X	120

$$\Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 30\cdot 120 = 200\cdot x \\ \Rightarrow \dfrac{30\cdot 120}{200} = \dfrac{200\cdot x}{200} \\ \Rightarrow x = \dfrac{36}{2} = \underline{\underline{18}} \end{cases}$$

دريم مثال: د يوه متر ټوکر بيه 20 افغانۍ ده نو د 300 افغانيو به څو متره ټوکر وشئ.

بيه	متر
20	1
300	X

$$\Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 20\cdot x = 300\cdot 1 \\ \Rightarrow \dfrac{20\cdot x}{20} = \dfrac{300}{20} \\ \Rightarrow x = \dfrac{30}{2} = \underline{\underline{15}} \end{cases}$$

II. معکوس يا غيرمستقيم تناسب (Indirect Proportion)

که چېرې په تناسب کې د لومړي مقدار په زياتېدو سره دوهم مقدار کم شي، يا د لومړي مقدار په کمېدو سره دوهم مقدار زيات شي، دې ډول تناسب ته معکوس تناسب وايي.

لومړی مثال: که څلور کاريگر يو کار په 18 ورځو کې وکړئ نو څو کاريگر به دغه کار په 6 ورځو کې وکړئ.

حل:

ورځې		تنه
18	→	4
6	→	X

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 18\cdot 4=6\cdot x\\ \Rightarrow \frac{72}{6}=\frac{\cancel{6}\cdot x}{\cancel{6}}\\ \Rightarrow x=\frac{72}{6}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=12}}\end{cases}$$

دوهم مثال: که 20 تنه کاريگر يو جومات په 15 ورځو کې جوړ کړئ که چېرې وغواړو چې دغه جومات په 10 ورځو کې جوړ کړو نو څو تنه کاريګرو ته ضرورت شته.

حل:

ورځې		تنه
15	→	20
10	→	X

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 15\cdot 20=10\cdot x\\ \Rightarrow \frac{30\cancel{0}}{1\cancel{0}}=\frac{\cancel{10}\cdot x}{\cancel{10}}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=30}}\end{cases}$$

دريم مثال: که يو مکتب 40 تنه په 30 ورځو کې جوړه وي، که 50 تنه شي مکتب به په څو ورځو کې جوړ کړئ.

حل:

$$\left.\begin{matrix} Days & & Men\\ 30 & \longrightarrow & 40\\ x & \longrightarrow & 50\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 30\cdot 40=50\cdot x\\ \Rightarrow \frac{120\cancel{0}}{5\cancel{0}}=\frac{\cancel{50}\cdot x}{\cancel{50}}\\ \Rightarrow x=\frac{120}{5}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=24\,Days}}\end{cases}$$

III. **مرکب مستقیم تناسب** (Compound Proportion)

د دوو څخه دزياتو نسبتونو مساويتوب ته مرکب تناسب وايي.

(*Means*) وسطين او (*Extremes*) طرفين دي.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\Rightarrow\begin{cases}a\cdot d\cdot f\rightarrow Means\\ b\cdot c\cdot e\ \rightarrow Extremes\end{cases}$$

لومړی مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورځو لپاره 80000 افغانۍ اخلي نو 8 تنه به د 6 ورځو لپاره څو افغانۍ واخلي.

حل:

کارکوونکي	ورځې	مزدوری
5	4	80000
8	6	X

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 5\cdot 4\cdot x=8\cdot 6\cdot 80000\\ \Rightarrow 20\cdot x=48\cdot 80000\\ \Rightarrow \frac{\cancel{20}\cdot x}{\cancel{20}}=\frac{48\cdot 8000\cancel{0}}{2\cancel{0}}\\ \Rightarrow x=\frac{384000}{2}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=192000}}\end{cases}$$

دوهم مثال: که چېرې 10 تنه یو کانال چې اوږدوالې یې $12m$ متره وی په 8 ورځو کې وکیندي، نو 5 تنه یوکانال چې اوږدوالی یې $15m$ متره وي په څو ورځو کې به یې وکنیدئ.

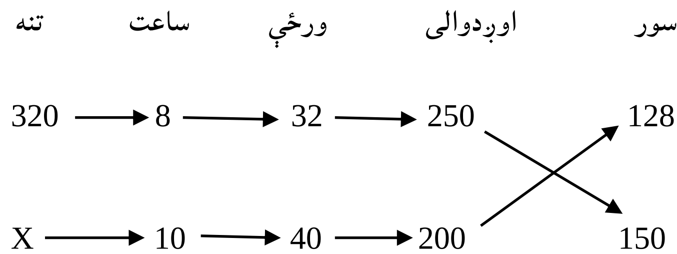
حل: دغه تناسب ته که ځیر شو غیرمستقیم دی.

کارکوونکي	اوږدوالی	ورځې
10	12	8
5	15	X

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 10\cdot 15\cdot 8=5\cdot 12\cdot x\\ \Rightarrow 1200=60\cdot x\\ \Rightarrow \frac{120\cancel{0}}{6\cancel{0}}=\frac{\cancel{60}\cdot x}{\cancel{60}}\\ \Rightarrow x=\frac{120}{6}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=20}}\end{cases}$$

درېيم مثال: 320 تنه د ورځې 8 ساعته کار کوي او په 32 ورځو کې یوه ځمکه چې 250 متره اوږدوالي او 128 سور لري په ډبرو یې فرش کوي څو کسان به دغه کار وکړئ که 40 ورځې چې د ورځې 10 ساعته کار وکړي یوه بله ځمکه چې 200 متره اوږدوالي او 150 متره سور ولرې فرش کړئ.

حل:



$$
\Rightarrow \begin{cases}
\Rightarrow 320\cdot 8\cdot 32\cdot 200\cdot 150 = 10\cdot 40\cdot 250\cdot 128\cdot x \\
\Rightarrow x = \dfrac{32\cancel{0}\cdot 8\cdot 32\cdot 2\cancel{0}\,\cancel{0}\cdot 150}{1\cancel{0}\cdot 4\cancel{0}\cdot 25\cancel{0}\cdot 128} \\
\Rightarrow x = \dfrac{32\cdot 8\cdot 32\cdot 2\cdot 150}{4\cdot 25\cdot 128} \\
\Rightarrow x = \dfrac{24576\cancel{00}}{128\cancel{00}} \\
\Rightarrow x = \dfrac{24576}{128} \\
\Rightarrow \underline{\underline{x = 192}}
\end{cases}
$$

د کار مسائل

که حشمت الله يو کار په A ورځو کې وکړي او شاهد دغه کار په B ورځو کې وکړي نو حشمت الله او شاهد به په دواړو دغه کار په څو ورځو کې وکړئ.

$$\boxed{\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\ldots+\frac{1}{n}=\frac{1}{x}}$$

لومړی مثال: حشمت الله يو کار په 3 ورځو کې کوي، شاهد هغه کار په 6 ورځو کې کوي تاسي معلوم کړئ چې دوي به دواړه دغه کار په څو ورځو کې وکړئ.

حل:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\ldots+\frac{1}{n}=\frac{1}{x}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow \frac{2+1}{6}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow \frac{3}{6}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow 3x=6\\ \Rightarrow \frac{3x}{3}=\frac{6}{3}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=2}}\end{cases}$$

دويم مثال: که يو نل يو حوض په 2 ساعت کې، او دوهم نل يې په 6 ساعت کې ډکه وي، او دريم نل يې په 3 ساعت کې خالی کوي، که درې واړه نلونه په يوه وخت کې خلاص شي همدا حوض به په څو ساعت کې ډک کړئ.

حل:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\ldots+\frac{1}{n}=\frac{1}{x}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{3}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow \frac{3+1-2}{6}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow \frac{2}{6}=\frac{1}{x}\\ \Rightarrow 2x=6\\ \Rightarrow \frac{2x}{2}=\frac{6}{2}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=3}}\end{cases}$$

احديت يا واحد $(Untriey)$

احديت د يوه څخه اخيستل شويدي او د رياضي په اصطلاح کې د واحد يا يوه له مخې د ګټې، تاوان، عايداتو ، مصارفو او داسي نورو سنجولو(محاسبه) ته احديت وايي.

لومړی مثال: د 12 متره ټوکر قيمت 300 افغانۍ وی د 18 مترو ټوکر قيمت به څو وي پيدا يي کړئ.

حل:

$$\begin{array}{ll} 12m & 300Af \\ 1m & x \end{array}\Bigg\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 12\cdot x = 1\cdot 300 \\ \Rightarrow \frac{\cancel{12}\cdot x}{\cancel{12}} = \frac{300}{12} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 25}} \end{cases} \Rightarrow 18m\cdot 25 = 450Af$$

دویم مثال: که د 90 قلمانو قیمت 1800 افغانۍ وي د یوه قلم قیمت معلوم کړئ.

حل:

$$\begin{array}{ll} Pens & Afs \\ 90 & 1800 \\ 1 & x \end{array}\Bigg\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 90\cdot x = 1\cdot 1800 \\ \Rightarrow \frac{\cancel{90}\cdot x}{\cancel{90}} = \frac{180\cancel{0}}{9\cancel{0}} \\ \Rightarrow x = \frac{180}{9} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 20Af}} \end{cases}$$

دریم مثال: که د 25 دوکانونو کرایه 250000 افغانۍ وي د یوه دوکان کرایه به څو افغانۍ وئ.

حل:

$$\begin{array}{ll} Shop & Afs \\ 25 & 250000 \\ 1 & x \end{array}\Bigg\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 25\cdot x = 1\cdot 250000 \\ \Rightarrow \frac{\cancel{25}\cdot x}{\cancel{25}} = \frac{250000}{25} \\ \Rightarrow x = \frac{250000}{25} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 10000Af}} \end{cases}$$

فیصد یا سلنه $(Percentage)$

د سلو له مخې د یوه کمیت سنجول(محاسبه کول) د فیصد په نامه یادیږي، فیصد په حقیقت کې یو کسر دی چې په مخرج کې سل 100 دی او په % علامه سره ښودل کیږي.

- له فیصد څخه په تجارتی،مالیاتي،بانکي،لابراتواری او داسي نورو مسائلو کې ډیره استفاده کیږي.
- فیصدي کولای شو په مختلفو شکلونو سره وښیو: $\frac{5}{100}$, 0.05 او یا 5% ښودلې شو.

یادونه:

1. د عدد پنځه سلنه عبارت دي له: $\left(A\cdot\frac{5}{100}\right)$
2. د یو جنس پلورل په پنځه سلنه ګټه عبارت دي له: $\left(\frac{105}{100}\right)$
3. د یو جنس پلورل په پنځه سلنه تخفیف یا تاوان سره عبارت دي له: $\left(\frac{95}{100}\right)$

- په فیصد کې عموماً د لاندې څلورو کمیتونو څخه بحث کېږي.

اصلي کمیتونه: سرمایه S، 100.او محصولي کمیتونه: ګټه یا تاوان I ، فیصد یا نرخ N

$$S\cdot N=I\cdot 100\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow S=\dfrac{I\cdot 100}{N}\\ \Rightarrow N=\dfrac{I\cdot 100}{S}\\ \Rightarrow I=\dfrac{S\cdot N}{100}\end{cases}$$

لومړی مثال: یو شاکر په 600 افغانۍ یو بائیسکل واخیست او په 528 افغانیو یې بیرته خرڅ کړې تاوان یې په فیصد پیداکړئ.

حل:

$$\underbrace{600-528=72}_{\Downarrow}$$

$$\left.\begin{matrix}600 & 72\\ 100 & x\end{matrix}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 600\cdot x=100\cdot 72\\ \Rightarrow \dfrac{\cancel{600}\cdot x}{\cancel{600}}=\dfrac{1\cancel{00}\cdot 72}{6\cancel{00}}\\ \Rightarrow x=\dfrac{72}{6}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x=12\%}}\end{cases}$$

دویم مثال: د پوهنتون د کانکور په آزموینه کې د حاجی میرویس خان نیکه د لیسې له 350 تنو فارغانو څخه 290 تنه بریالي او د احمدشاه بابا د لیسی له 400 تنو فارغانو څخه 310 تنه بریالي شوي دی. معلوم کړئ چې د کومې لیسې زیات زده کوونکو پوهنتون ته لار پیداکړې ده.

حل:

- د حاجی میرویس خان نیکه د لیسې د فارغو بریالیو تنو فیصدي.

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 290\cdot 100 = 350\cdot x\\ \Rightarrow \dfrac{29\cancel{0}\cdot 100}{35\cancel{0}} = \dfrac{\cancel{350}\cdot x}{\cancel{350}}\\ \Rightarrow x = \dfrac{2900}{35}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 82.85\%}}\end{cases}$$

فارغ	بریالی
350	290
100	X

- د احمدشاه بابا د ليسې د فارغو بريالیو تنو فيصدي.

$$\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 310\cdot 100 = 400\cdot x\\ \Rightarrow \dfrac{310\cdot 1\cancel{00}}{4\cancel{00}} = \dfrac{\cancel{400}\cdot x}{\cancel{400}}\\ \Rightarrow x = \dfrac{310}{4}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 77.5\%}}\end{cases}$$

فارغ	بریالی
400	310
100	X

دریم مثال: د 60 د عدد 15% پیداکړئ.

حل:

$$\begin{matrix}100 & & 15\\ 60 & & x\end{matrix}\Bigg\}\Rightarrow\begin{cases}\Rightarrow 100\cdot x = 60\cdot 15\\ \Rightarrow \dfrac{\cancel{100}\cdot x}{\cancel{100}} = \dfrac{6\cancel{0}\cdot 15}{10\cancel{0}}\\ \Rightarrow x = \dfrac{90}{10}\\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 9}}\end{cases}$$

نو 9 عبارت دي له: د 60 د عدد 15% څخه.

څلورم مثال: 14عدد د 56 د عدد څو سلنه دئ.

حل:

$$\left.\begin{matrix} 56 & 14 \\ 100 & x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 56 \cdot x = 100 \cdot 14 \\ \Rightarrow \frac{\cancel{56} \cdot x}{\cancel{56}} = \frac{100 \cdot 14}{56} \\ \Rightarrow x = \frac{1400}{56} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 25}} \end{cases}$$

تخفيف $(Discount)$

هغه پيسې چې تاجران يا دكارخانو مالكان يې د يوې معينې فيصدۍ له مخې خپلو مشتريانو ته د اصلي قيمت څخه كم وي د تخفيف په نامه يادېږي.

ددې تخفيف فيصدي نسبت اصلي قيمت ته د تخفيف د فيصدۍ په نامه يادېږي.

لومړی مثال: د يوه ماشين اصلي قيمت $800\$$ ډالر دی د 20% تخفيف څخه وروسته د هغه قيمت معلوم كړئ.

حل:

$$\left.\begin{matrix} \underbrace{100 - 20 = 80}_{\Downarrow} & \\ 100 & 80 \\ 800 & x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 100 \cdot x = 800 \cdot 80 \\ \Rightarrow \frac{1\cancel{00} \cdot x}{1\cancel{00}} = \frac{8\cancel{00} \cdot 80}{1\cancel{00}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 640\$}} \end{cases}$$

دوهم مثال: د يوه ماشين اصلي قيمت $1500Af$ افغانۍ ده كه هغه په $1200Af$ افغانيو واخلی دت خفيف مقدار به څومره وئ.

حل:

$$\left.\begin{matrix} \underbrace{1500 - 1200 = 300}_{\Downarrow} & \\ 1500 & 300 \\ 100 & x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow 1500 \cdot x = 100 \cdot 300 \\ \Rightarrow \frac{\cancel{1500} \cdot x}{\cancel{1500}} = \frac{1\cancel{00} \cdot 300}{15\cancel{00}} \\ \Rightarrow x = \frac{300}{15} \\ \Rightarrow \underline{\underline{x = 20\%}} \end{cases}$$

ربح $(Intrest)$

ربح په لغات کې سود ته وايې، او په اصطلاح کې په يو ټاکلی وخت کې د يو معلوم نرخ له مخې د يوې سرمايې سود (ګټه) ته ربح وايې. او پر دوه ډوله ده.

1. ساده ربح $(Simple\ Intrest)$

هغه ګټه چې د فيصدي له مخې له يوې سرمايې څخه په يوه ټاکلی وخت او ټاکلی نرخ سره لاس ته راځي ساده ربح بلل کېږي.

او يا په بل عبارت: که چېري يوه سرمايه د معين وخت لپاره په يو معين نرخ په ګټه ورکړل شي نو هغه ګټه چې د سرمايې په مقابل کې وروسته له يوه معين وخت څخه په معين نرخ سره د فيصدي له مخې لاس ته راځي د ساده ريح يا سود په نامه يادېږي.

- $I=\frac{C\cdot R\cdot T}{100}$ کلنې ګټه، $I=\frac{C\cdot R\cdot T}{1200}$ مياشتنې ګټه او $I=\frac{C\cdot R\cdot T}{36000}$ ورځنې ګټه.
- که چېري $(Interest)\leftarrow I$ ربح(سود)، $(Capital)\leftarrow C$ اصلي سرمايه، $(Rate)\leftarrow R$ نرخ او $(Time)\leftarrow T$ وخت(زمان) وي. نو لرو چې:

$$I=\frac{C\cdot R\cdot T}{100}\Rightarrow\begin{cases}C=\frac{I\cdot 100}{R\cdot T}\\ R=\frac{I\cdot 100}{C\cdot T}\\ T=\frac{I\cdot 100}{R\cdot C}\end{cases}$$

لومړی مثال: د $156000Af$ افغانيو ربحه د 13% په نرخ اووه مياشتو کې حساب کړئ.

حل: خرنګه چې وخت په مياشتو راکړل شويده نو وخت بايد د کال له مخې محاسبه شئ.که د لومړی فورمول څخه ګټه اخلو نو بايد ورځې او مياشتې کال ته تبديلې کړل شي.

$$\left.\begin{array}{l} C=165000Af \\ T=\frac{7}{12} \\ R=13\%=\frac{13}{100} \\ I=? \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow I=\frac{C\cdot R\cdot T}{100} \\ \Rightarrow I=\frac{165000\cdot\frac{13}{100}\cdot\frac{7}{12}}{100} \\ \Rightarrow I=\frac{156000\cdot 13\cdot 7}{100\cdot 12\cdot 100} \\ \Rightarrow \underline{\underline{I=118.3Af}} \end{cases}$$

دوهم مثال: له دوو کالو وروسته د 8% نرخ له مخې د $5600Af$ افغانيو ربح څو افغانۍ کېږئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} C=5600Af \\ T=2 \\ R=7\% \\ I=? \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow I=\frac{C\cdot R\cdot T}{100} \\ \Rightarrow I=\frac{56\cancel{00}\cdot 8\cdot 2}{1\cancel{00}} \\ \Rightarrow I=56\cdot 8\cdot 2 \\ \Rightarrow \underline{\underline{I=896Af}} \end{cases}$$

دريم مثال: د $2000Af$ سرمايه په 10 مياشتې کې د5% نرخ سره تاسو يې د سود اندازه معلومه کړئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} C=2000Af \\ T=10\,Month \\ R=5\% \\ I=? \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow I=\frac{C\cdot R\cdot T}{1200} \\ \Rightarrow I=\frac{20\cancel{00}\cdot 10\cdot 5}{12\cancel{00}} \\ \Rightarrow I=\frac{20\cdot 10\cdot 5}{12} \\ \Rightarrow \underline{\underline{I=83.\bar{3}Af}} \end{cases}$$

څلورم مثال: يوه سرمايه د20% نرخ سره د 2 کالو په وخت سره 2400 افغانۍ ګټه يا سود ورکوئ تاسو يې اصلي سرمايه معلومه کړئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} C=? \\ T=2Year \\ R=20\% \\ I=2400 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \Rightarrow I=\dfrac{C\cdot R\cdot T}{100} \\ \Rightarrow 2400=\dfrac{C\cdot 20\cdot 2}{100} \\ \Rightarrow C=\dfrac{100\cdot 2400}{20\cdot 2} \\ \Rightarrow \underline{\underline{C=6000Af}} \end{array}\right.$$

پنځم مثال: کومه سرمايه د 5% نرخ سره په 180 ورځو کې 100000 افغانۍ ربح تر لاسه کوئ.

حل:

$$\left.\begin{array}{l} C=? \\ T=180\,Days \\ R=5\% \\ I=100000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \Rightarrow I=\dfrac{C\cdot R\cdot T}{36000} \\ \Rightarrow 100000=\dfrac{C\cdot 5\cdot 180}{36000} \\ \Rightarrow C=\dfrac{100000\cdot 36000}{5\cdot 180} \\ \Rightarrow \underline{\underline{C=4000000Af}} \end{array}\right.$$

2. مرکب ربح $(Compound\ Intrest)$

که چېرې د يوې پانګې ګټه د اصلی سرمايي له اندازې سره يو ځای شي او بيا ترې ګټه واخيستل شي هغه ګټه چې له دې پانګې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحی په نامه يادېږي.

او يا په بل عبارت: يوه سرمايه په بانک کې اېږدو که چېرې د هر کال په اخر کې ګټه د سرمايې سره جمع شي د بل راتلوونکي کال لپاره سرمايه او ګټه دواړه ګټه ورکوي چې دا ډول ګټه يا ربحه مرکب ربح بلل کېږي.

$$\boxed{P=C\left(1+R\right)^{T}}$$

- P نوی پانګه، C لومړی پانګه، R نرخ او T وخت(په کال) سره.

لومړی مثال: د 200000 افغانيو پانګه د کال په 10% ربح سره په بانک کې اېښودل کېږي د 5 کالو وروسته نوموړې پانګه څو افغانۍ کېږئ.

حل:

$$\left.\begin{aligned} C &= 200000 \\ R &= 10\% \\ T &= 5 \\ P &= ? \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow P = C(1+R)^T \\ \Rightarrow P = 200000\left(1+\dfrac{1}{10}\right)^5 \\ \Rightarrow P = 200000(1.1)^5 \\ \Rightarrow P = 200000(1.61051) \\ \Rightarrow \underline{\underline{P = 3221020Af}} \end{cases}$$

دوهم مثال: همايون $7000\$$ ډالر د 10% په نرخ د دوو کالو لپاره په مرکبه ربحه اچولي دي ګټه يې معلومه کړئ.

حل:

$$\left.\begin{aligned} C &= 7000\$ \\ R &= 10\% \\ T &= 2 \\ P &= ? \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow P = C(1+R)^T \\ \Rightarrow P = 7000\left(1+\dfrac{10}{100}\right)^2 \\ \Rightarrow P = 7000\left(\dfrac{11}{10}\right)^2 \\ \Rightarrow P = 70\cancel{00}\left(\dfrac{121}{1\cancel{00}}\right) \\ \Rightarrow \underline{\underline{P = 8470\$}} \end{cases}$$

لنډې پوښتنې

1) حشمت الله د يوې هندوانې $\frac{3}{8}$ برخه واخيسته پاتې برخه يې معلومه کړئ؟

2) $\frac{3}{11}$ عام کسر په عشار کسر تبديل کړی،بيا يې بيرته په عام کسر تبديل کړئ؟

3) $0.\overline{123}$ متوالی کسر په عام کسر تبديل کړئ؟

4) $\frac{4}{5}$ او $\frac{7}{8}$ کسرونه سره مقايسه کړئ؟

5) ديوه بيلر $\frac{3}{5}$ برخه ډکه ده،د ډکې برخې $\frac{1}{3}$ برخه يې 900 گرامه ده،د بيلر ظرفيت څو دئ؟

6) يو بيلر 128 کيلو گرامه غوړی ځايوی،که د يو کيلو گرام قيمت $75\frac{1}{2}$ افغانۍ وی دبيلر د $\frac{3}{4}$ برخې قيمت به څو وئ؟

7) څلور کسان په يوه ورځ د خپل کلی څخه په تجارت پسي لاړل، يو کس کندهار ته بل کس هرات ته بل کس معروف ته بل کس عربستان ته لاړ.د کندهار والا کس په پنځمه ورځ د هرات والا کس په نهمه،د معروف والا کس په دولسمه ورځ،او د عربستان والا کس په شلمه ورځ خپل کور او کلی ته راځي ووايا‌ست چې څويمه ورځ به دوي په خپل کلی کې سره يو ځای شئ؟

8) د دوو عددونو د ضرب حاصل 3750 دی ،لوی مشترک قاسم يې 25 دی، کوچنی مشترک مضرب يې څو دئ او عددونه يې پيداکړئ؟

9) د دوو عددونو لوی مشترک قاسم 15 دی او کوچنی مشترک مضرب يې 5400 دی که يو عدد يې 45 وی نو هغه بل عدد يې څو دئ؟

10) د 720 او 1080 کوچنی مشترک مضرب او لوی مشترک قاسم پيداکړئ؟

11) د $960,1260$ او 630 عددونو لوی مشترک قاسم او کوچنی مشترک مضرب پيداکړئ؟

12) لاندې جذرونه جمع او منفی کړئ؟

$$\left.\begin{array}{ll} a) & \sqrt{345}+23\sqrt{56}+70\sqrt{12}=? \\ b) & 20\sqrt{35}-4\sqrt{98}-3\sqrt{60}-11\sqrt{88}=? \\ c) & 48\sqrt{10}-25\sqrt{77}+16\sqrt{18}-43\sqrt{65}=? \end{array}\right\}$$

13) د لاندې عددونو دويم جذر په عمومي طريقه سره پيداکړئ؟

$a)\quad 0.0000016$
$b)\quad 145.654$
$c)\quad 560.598$

14) لاندې عددونه د عدد ليکلو په علمې طريقه سره وليکئ؟

$a)\quad 0.0000000023$
$b)\quad 567.430022$
$c)\quad 0.657800956$

15) د مميزو او بادامو نسبت $\frac{4}{7}$ دی، د نخودو او بادامو نسبت $\frac{3}{5}$ دی،که مميز 720 منه وی، بادام به څومره وئ؟

16) که د عبدالوارث د بالينگ سرعت نسبت $\frac{3}{4}$ وی ،او د وثيق الله د بالينگ د سرعت نسبت $\frac{5}{8}$ وی،که د عبدالوارث د بالينگ سرعت $142\,{}^{km}/_{h}$ وی، د وثيق الله د بالينگ سرعت پيداکړئ؟

17) نظيف الله او بيت الله په مدرسه کې په دواړو 1248 نمري ترلاسه کړي دی، که د نظيف الله د نمرو نسبت $\frac{2}{3}$ وی، نو د بيت الله د نمرو نسبت او نمرې پيداکړئ؟

18) د صبور او هلال د پيسو نسبت $\frac{5}{8}$ دی، د صبور پيسې 350 دی،د هلال پيسې څو دئ؟

19) د 5 او 25 هندسي وسط پيداکړئ؟

20) د 300 او 275 حسابې وسط پيداکړئ؟

21) يو نل يو حوض په 6 ساعتونو کې ډک کوی،او بل نل يې په 12 ساعتونو کې ډک کوی.ووایاست چې دواړه يې په څومره وخت کې ډک کوئ؟

22) 24 کسه يو کار په 40 ورځې کې کوی که 30 کسان شي په څو ورځو کې به وکړئ؟

23) يو مسجد دی 35 کسان کار کې کوی هر نفر د ورځې 550 افغانۍ مزدوری اخلی،دغه مسجد په 90 ورځې کې بشپړ کوی، که 20 نفره ورته راولي،او هر نفر ته 800 افغانۍ ورکړل شي،دغه مسجد به په څومره وخت کې جوړ کړي او هم ووایاست چې د کومې ډلې مصرف کم دئ؟

24) د 800 افغانيو ګټه د 8% سلنه له قراره حساب کړئ؟

25) د 2500 افغانيو ګټه 450 افغانۍ ده،فيصدي يا سلنه يې معلومه کړئ؟

26) که د 6 سلنه ګټې سره 4300 افغانۍ وګټي، سرمايه يې معلومه کړئ؟

27) په 20 کيلو گرامه مخلوط کې چې مميز او نخود دی، 8% سلنه مميز دی،د مميزو او نخودو مقدار معلوم کړئ؟

28) د یوه کمپیوټر اصلی قیمت 15000 افغانۍ دی،که دوکاندار پر همایون باندې په 3% سلنه تخفیف سره وپلورئ، نو فعلی قیمت یې معلوم کړئ او ووایاست چې په مجموع کې دوکاندار د همایون سره څومره تخفیف کړیدئ؟

29) د یوه ماشین اصلی قیمت 95000 افغانۍ دی،او فعلی قیمت یې 91000 افغانۍ وی،تاسی یې مجموعي تخفیف او د تخفیف سلنه یې معلومه کړئ؟

30) د یوه مال فعلی قیمت 9870 افغانۍ دی، او د تخفیف سلنه یې 4% وی، دمال اصلی قیمت پیداکړئ؟

31) 12000 افغانۍ په 6 میاشتو کې د 2% سلنه په نرخ سره څو افغانۍ گټېږئ؟

32) 21000 افغانۍ د 4% سلنه په نرخ په څومره موده کې 420 افغانۍ وگټېږئ؟

33) 18000 افغانۍ په کوم نرخ د 6 میاشتو په موده کې 900 افغانۍ وگټېږئ؟

34) کومه سرمایه د 3% سلنه په نرخ د 8 میاشتو په موده کې 1620 افغانۍ وگټېږئ؟

35) د 8000 افغانیو گټه د 3% سلنه له نرخ په څلورو کالو کې پیدا کړئ؟

36) تقاطع،فرعی،خالی او مکمله سټونه تعریف او مثال یې ولیکئ؟

37) که $A=\{1,2,3,4,5,67\}$ وی او $B=\{7,8,9,10,11,12\}$ وی د دوي تقاطع او اتحاد پیداکړئ؟

38) که $A=\{4,5,6,7,8,9\}$ وی او که $B=\{12,13,14,15\}$ وی د دوي تقاطع پیداکړئ؟

39) که $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A=\{9,8,7,5\}$ وی A^{-} په څو سره مساوي کیږئ؟

40) که $A=U$ وی نو مکمله سټ یې معلوم کړئ؟

اوړدې پوښتنې

41) لاندې د طاقت عددونه ساده کړئ؟

$$\left.\begin{array}{ll} a) & \left(-5y^3z\right)^8\cdot\left(-5y^3z\right)^{-10}\cdot\left(-5y^3z\right)^{-3}=? \\ b) & \left[\left(2x\right)^{-2}\right]^{-3}=? \\ c) & \dfrac{\left(8m^2\right)^3\cdot\left(8m^2\right)^{13}}{\left(8m^2\right)^8}=? \\ d) & \left(\dfrac{12am^2}{5xy}\right)^3\div\left(\dfrac{5xy}{6a\cdot 2m^2}\right)^{-3}=? \end{array}\right\}$$

42) لاندې الجبرئ کسرونه اختصار کړئ؟

$$\left.\begin{array}{ll} a) & \dfrac{a^3-b^3}{a^2+2ab+b^2}=? \\ b) & \dfrac{y^2-49}{y-7}=? \\ c) & \dfrac{p^2-14p-15}{p^2+3p+2}=? \\ d) & \dfrac{9^2-6x+1}{y-3xy}=? \end{array}\right\}$$

43) الجبري کسرونه ضرب کړئ؟

$$\left.\begin{array}{ll} a) & \dfrac{2x^2y}{7ab^2}\cdot\dfrac{21a^2y^3}{8x^2y^3}=? \\ b) & \dfrac{a^3-a^2+4-4a}{2+a}\cdot\dfrac{a+1}{2-a-2a^2+a^3}=? \\ c) & \dfrac{a^2-b^2}{xy+y^2}\cdot\dfrac{x^2-y^3}{a+b}\cdot\dfrac{1}{a-b}=? \\ d) & \dfrac{m^3-n^3}{m^2+n^2+mn}\cdot\dfrac{m+n}{m^4-n^4}\cdot\dfrac{m^2+n^2}{2mn}=? \end{array}\right\}$$

44) الجبري کسرونه تقسیم کړئ؟

$$
\left.\begin{array}{ll}
a) & \frac{y^2-25}{x^2-49}\div\frac{y-5}{x^2-7x}=?\\
b) & \frac{a^3-b^3}{a+b}\cdot\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-b^2}=?\\
c) & \frac{m^4-n^4}{m^2-2mn+n^2}\cdot\frac{m-n}{m^2+mn}\div\frac{m^2+n^2}{m}\\
d) & \frac{2ab^2}{3a-2b}\div\frac{8a^2b^3}{4b^2-9a^2}\div\frac{4a^2b}{3a+2b}=?
\end{array}\right\}
$$

45) لاندې جذرونه د طاقت په شکل ولیکئ؟

$$
\left.\begin{array}{ll}
a) & \sqrt[3]{2x}=?\\
b) & \sqrt[5]{\left(3a^2\right)^2}=?\\
c) & \sqrt[7]{(a+2b)^4}=?\\
d) & \sqrt[4]{\left(xy^2\right)^7}=?
\end{array}\right\}
$$

46) لاندې جذرونه هم درجه کړئ؟

$$
\left.\begin{array}{ll}
a) & \sqrt[3]{2x}\ ,\ \sqrt{y}\\
b) & \sqrt[5]{(a-b)^3}\ ,\ \sqrt[3]{(a+b)}\\
c) & \sqrt{3xy}\ ,\ \sqrt[5]{mx^2}\\
d) & \sqrt[7]{x^3y}\ ,\ \sqrt[12]{x^5y}\ ,\ \sqrt[14]{x^9y^5}
\end{array}\right\}
$$

47) لاندې جذرونه مقایسه کړئ؟

$$
\left.\begin{array}{ll}
a) & \sqrt[4]{3}\ ,\ \sqrt[4]{7}\\
b) & \sqrt[3]{8}\ ,\ \sqrt[3]{125}\\
c) & \forall y\succ 1\ \sqrt[5]{2y}\ ,\ \sqrt[3]{3^2}\\
d) & \forall m\succ 1\ \sqrt{3m}\ ,\ \sqrt[3]{4m^2}
\end{array}\right\}
$$

48) لاندې جذرونه ساده کړئ؟

$$a)\quad \sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{(mx)^2}}}=?$$

$$b)\quad \sqrt{\sqrt{\sqrt{64x^8y^{16}z^2}}}=?$$

$$c)\quad \sqrt[3]{x^2\sqrt{2y^3\sqrt{(2y)^2}}}=?$$

$$d)\quad \sqrt[3]{(2y)^2\sqrt[5]{2y^3\sqrt[3]{(2y)^2}}}=?$$

49) په لاندې جذرونو کې جمع،تفريق،ضرب او تقسيم عمليې ترسره کړئ؟

A)

$$a)\quad \sqrt[4]{(x-y)^2}\cdot\sqrt[4]{\frac{1}{(x-y)}}=?$$

$$b)\quad \sqrt[5]{x-y}\cdot\sqrt[5]{x+y}\cdot\sqrt[5]{(x^2-y^2)^{-1}}=?$$

$$c)\quad \sqrt[5]{(x-1)^3}\cdot\sqrt[3]{(x-1)^2}=?$$

$$d)\quad \sqrt[12]{(a+b)^7}\cdot\sqrt[8]{(a+b)^3}\cdot\sqrt[6]{(a+b)^5}=?$$

B)

$$a)\quad \sqrt[3]{24x^5}\div\sqrt[4]{3x^3}=?$$

$$b)\quad \sqrt[4]{80x^7y^9}\div\sqrt[4]{5x^3y}=?$$

$$c)\quad \sqrt[7]{2ab^2}\div\sqrt[3]{a^2b}=?$$

$$d)\quad \sqrt[5]{(x+y)^3}\div\sqrt[4]{2x^3xy+a^2}=?$$

C)

$$a)\quad 5\sqrt{2}-7\sqrt{2}+8\sqrt{2}=?$$

$$b)\quad 12x\sqrt[4]{3x}+7x\sqrt[4]{3x}-x\sqrt[4]{3x}=?$$

$$c)\quad 3\sqrt{25m}-\sqrt{9m}+2\sqrt{16m}=?$$

$$d)\quad 5\sqrt[3]{40x^4}+2x\sqrt[3]{135x}-\sqrt[3]{5x}=?$$

D)

$$a)\quad \left(a+\sqrt{b}\right)\left(a-\sqrt{b}\right)=?$$

$$b)\quad \left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}\right)=?$$

$$c)\quad \left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{y}\right)\left(\sqrt[4]{x^2}+\sqrt[4]{xy}\right)=?$$

$$d)\quad \left(\sqrt{m}-n\right)\left(\sqrt{m}+\sqrt{n}-1\right)=?$$

50) د کوم عدد5% فيصده 160عدد کېږئ؟

مآخــذ

- خاموش،محمد اعظیم،پیشتاز ریاضی،۱۳۹۲ لمریز،عازم خپرندویه ټولنه.
- خوږیانی،سردار محمد،عمومی ریاضي،۱۳۸۹ لمریز،د سپین غر تعلیمی مرکز.
- ستانګزی،ډاکټر احمدضیا،د ریاضي اساسات،ګلوبل کورس لکچرنوټ،۱۳۹۳ لمریز.
- سداد،انجینر قدرت الله،ماسټر کانکور،۱۳۹۴ لمریز،عازم خپرندویه ټولنه.
- حکیمی،محمد فاروق،د ریاضي اساسات،د کندهار پوهنتون د ښوونې او روزنې پوهنځي ریاضي څانګې لکچر نوټ،۱۳۹۵ لمریز.
- آموزشگاه عالی امید افغان – ترک، ۱۳۹۵ لمریزکال.
- خاموش،محمد اعظیم، ریاضی همه،عازم خپرندویه ټولنه.
- د اتم ټولګي ریاضي.
- د اووم ټولګي ریاضي.
- غوری، عمومي ریاضي، PDF.

د راټولوونکی او ترتیب کوونکی لنډه پېژندنه



فضل الرحمن''معروف'' د کندهار ولايت د معروف ولسوالۍ د پاتګزو په کلی کې په کال ۱۳۷۲ د لیندۍ په ۱ باندې په یوه علم پلوه کورنۍ کې دې پانې نړۍ ته سترګې غړولې دي. لومړی دوه ټولګي يې معروف ولسوالۍ کې لوستلي دی او د هغه وروسته يې کورنۍ په ۱۳۸۳لمریز کال کې د کندهار ولايت سپین بولدک ولسوالۍ ته ستانه شول. نوموړی هلته هم د څه ځنډ وروسته د غازی عبدالله خان لیسې په دوهم ټولګي کې شامل شو تر شپږم ټولګي يې هلته متوسطه زده کړي تر سره کړي. د هغه وروسته يې د درسونو د نه شتون له کبله لاړو د ویش علی نیکه لیسې ته. هلته يې درسونه د اووم ټولګي څخه پیل کړل، د نهم ټولګي څخه وروسته يې د لسم ټولګي ارتقاعي آزموینه ورکړه او یوولسم ټولګي ته لاړو د یوولسم ټولګي څخه وروسته د دوولسم ټولګي لپاره د کندهار مرکزي لیسې ته(حاجی میرویس خان نیکه) سه پارچه یو وړه. هلته يې د دولسم ټولګي د درسونو په څنګ کې یو لړ کورسونه د رياضیاتو پیل کړل، او په ۱۳۹۳ لمریز کال کې د ښوونځي له دوري څخه فارغ شو.

د ښوونځي د فراغت څخه وروسته يې د کانکور د آزموینې د آماده ګۍ لپاره لاړو مرکز کابل ته او هلته يې آماده ګۍ د ډاکتر احمدضیا ''ستانکزی'' او انجینر قدرت الله''سداد'' سره پیل کړل. د آماده ګۍ د ختم او د کانکور د راتګ سره سم بېرته راستون شو کندهار ته، او آزموینه يې ورکړه. خوشبختانه چې خپل دوهم انتخاب ته چې د ښوونې او روزنې د رياضي څانګه وه بريالی شو. نوموړي په ۱۳۹۴ لمریز کال کې پوهنتون پیل کړل او په ۱۳۹۸ لمریزکال کې د پوهنتون دوره هم پای ته ورسوه.

د پوهنتون د فراغت څخه وروسته يې یو لړ لیکنې چې مخکې يې پیل کړې وې دوام ورکړو چې هغه څخه دوه کتابونه (رياضي اساسات او زرینې ویناوې) مکمل شویدي او یو (الجبر) يې لا نیمګړي پاته دي، چې اوس هم ورباندې لیکنه روانه ده چې ډیر ژر به ستاسو په دعاوو او دده په همت بشپړ شي.

نوموړي په ۱۳۹۹ لمریز کال کې د ښوونکو د بستونو ا آزموینې له لارې په سپین بولدک کې د حاجی رئیس عبدالرازق لیسې ته بريالی شو چې فعلاً هلته د رياضي د استاد په توګه دنده ترسره کوي.